

## **O uso de mapas mentais na análise do possível domínio no campo conceitual de Buraco Negro**

*The use of mind maps in the analysis of the possible domain in the conceptual field of Black Hole*

*El uso de mapas mentales en el análisis del posible dominio en el campo conceptual del Agujero Negro*

**Patrynie Garcia Barbosa** ([patrynie@hotmail.com](mailto:patrynie@hotmail.com))

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul- UFMS, Brasil, **Orcid:** [orcid.org/0000-0002-4274-779X](https://orcid.org/0000-0002-4274-779X)

**Lisiane Barcellos Calheiro** ([barcellos.calheiro@ufms.br](mailto:barcellos.calheiro@ufms.br))

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul- UFMS, Brasil, **Orcid:** [orcid.org/0000-0002-7154-2574](https://orcid.org/0000-0002-7154-2574)

### **Resumo:**

Este trabalho apresenta um recorte de uma dissertação de mestrado e tem como objetivo analisar os possíveis indícios do domínio do campo conceitual de Buraco Negro a partir da análise dos mapas mentais e textos explicativos utilizados como instrumento para investigar os invariantes operatórios em dois passos de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS). A UEPS foi implementada na 1ª série do Ensino Médio de uma escola pública estadual e contou com a participação de 22 estudantes. Buscamos responder ao seguinte problema de pesquisa: Os invariantes operatórios mobilizados na construção dos mapas mentais podem indicar indícios do domínio do campo conceitual de Buraco Negro? Para a análise dos resultados, selecionamos os mapas mentais elaborados nos passos 2 e 6 da UEPS. Utilizamos programa Iramuteq para a análise da similitude dos conceitos-em-ação, o qual possibilita identificar as coocorrências entre as palavras e seu resultado, trazendo indicações da conexidade entre as palavras e para análise do teoremas-em-ação utilizamos os textos explicativos dos mapas. Na sequência, foi feita a categorização dos invariantes operatórios explicitados e, por fim, considerando-se os resultados obtidos, foi possível verificar que grande parte dos sujeitos da pesquisa tiveram avanços significativos o que indica um possível domínio do campo conceitual de Buraco Negro.

**Palavras-chave:** Buraco Negro; Teoria dos Campos Conceituais; Invariantes Operatórios.

### **Abstract:**

This work presents an excerpt from a master's research and aims to analyze the possible evidence of mastery of the conceptual field of Black Hole from the analysis of mental maps and explanatory texts used as a tool to investigate the operational invariants in two steps of a Potentially Meaningful Teaching Units (PMTU). PMTU was implemented in the 1st year of high school at a state public school and had the participation of 22 students.

We seek to answer the following research problem: Can the operational invariants mobilized in the construction of mental maps indicate evidence of mastery of the conceptual field of black hole? For the analysis of the results, we selected the mental maps created in steps 2 and 6 of PMTU. We used the Iramuteq program to analyze the similarity of concepts in action, which makes it possible to identify the co-occurrences between the words and their result, bringing indications of the connection between the words and for the analysis of the theorems in action we used the explanatory texts of the maps. In the sequence, the categorization of the operative invariants was made and, finally, considering the results obtained, it was possible to verify that most of the research subjects had significant advances, which indicates a possible domain of the conceptual field of Black Hole.

**Keywords:** Black Hole; Conceptual Fields Theory; Operational Invariants.

**Resumen:**

Este trabajo presenta un recorte de una investigación de maestría y tiene como objetivo analizar las posibles evidencias de dominio del campo conceptual de Agujero Negro a partir del análisis de mapas mentales y textos explicativos utilizados como herramienta para investigar las invariantes operativas en dos pasos de una Unidad de Enseñanza Potencialmente Significativa (UEPS). La UEPS se implementó en el 1º año de en una escuela pública estatal y contó con la participación de 22 estudiantes. Buscamos responder al siguiente problema de investigación: ¿Pueden las invariantes operacionales movilizadas en la construcción de mapas mentales indicar evidencias de dominio del campo conceptual de Agujero Negro? Para el análisis de los resultados se seleccionaron los mapas mentales creados en los pasos 2 y 6 de la UEPS. Utilizamos el programa Iramuteq para analizar la similitud de conceptos en acción, lo que permite identificar las coincidencias entre palabras y su resultado, brindando indicaciones de la conexión entre palabras y para analizar los teoremas en acción que utilizamos. los textos explicativos de los mapas. A continuación, se categorizaron las invariantes operativas explícitas y, finalmente, considerando los resultados obtenidos, se pudo verificar que la mayoría de los sujetos de investigación tuvieron avances significativos, lo que indica un posible dominio del campo conceptual de Agujero Negro.

**Palabras-clave:** Agujero negro; Teoría de los Campos Conceptuales; Invariantes operativas.

## INTRODUÇÃO

O ensino de Física Moderna e Contemporânea (FMC), nas últimas décadas, consolidou-se como área de pesquisa no ensino de Física. Porém, mesmo com a grande quantidade de subsídios fornecidos pelos pesquisadores através de seus trabalhos, principalmente no que diz respeito à transmissão desses conteúdos aos professores,

poucas são as pesquisas relacionadas a propostas implementadas em ambiente escolar (MONTEIRO; NARDI; BASTO FILHO, 2009; DE FARIAS MARQUES et al., 2019, GOMES, et al.,2022, DA SILVA, et al.,2022). Tal constatação evidencia a necessidade de adotar novos e diversos enfoques, visando a qualificação da inserção da FMC na Educação Básica. Ainda existem desafios a serem enfrentados para que os conceitos e teorias da FMC sejam adequadamente compreendidos e transmitidos aos estudantes.

O estudo do Buraco Negro, objeto do nosso trabalho, é um dos tópicos importantes da FMC. Os buracos negros são objetos fascinantes e complexos que desafiam nossa compreensão atual do universo. A compreensão dos buracos negros requer o conhecimento de conceitos avançados da Física Teórica, como a teoria da relatividade geral de Einstein, que descreve a gravidade como uma curvatura do espaço-tempo. Young, et al. (2016) define Buraco Negro como um dos corpos mais massivos no universo, de tal modo que sua massa provoca um ponto de singularidade no espaço-tempo. O estudo acerca de Buraco Negro une dois importantes campos de estudo da Física, quais sejam, a Gravitação Clássica e Relatividade Geral, além de promover inserção de conceitos importantes da FMC. A relevância de seu ensino na Educação Básica se deve, também, à atualidade biológica<sup>1</sup> do tema, uma vez que avançou na vanguarda das pesquisas atuais, especialmente devido às recentes descobertas científicas sobre objeto astronômico.

A título de ilustração, no corrente ano obtivemos a captura da primeira imagem de Sagittarius A\*- como é denominado o Buraco Negro localizado no centro da via láctea, por meio de projeto de colaboração internacional Event Horizon Telescope (EHT) (AKIYAMA et al 2022). Contudo, as pesquisas sobre os buracos negros não são assuntos recentes, isto porque desde a década de 30 pesquisadores apresentam evidências teóricas sobre a possibilidade da existência deste objeto astronômico. Porém, foi na década de 60 que surgiram evidências observacionais contundentes, as quais foram encerradas apenas em meados de 1990, quando os astrônomos admitiram a sua existência e assumiram que

---

<sup>1</sup> O termo "Atualidade Biológica" refere-se a um conceito utilizado na teoria da transposição didática. Nessa teoria, os conteúdos científicos que são transpostos para os livros didáticos devem atender a certos critérios, um dos quais é serem coerentes com as teorias ou modelos atualmente aceitos pela comunidade científica. Esse critério de coerência com os conhecimentos científicos atualizados é denominado de "atualidade biológica".

estrela Cygnus X-1 tinha a probabilidade muito alta de ser um Buraco Negro (ALMEIDA, 2021).

Os longos anos de pesquisa envolveram conceitos complexos de astrofísica, com características complexas e peculiares e que culminaram com a confirmação da existência do objeto celeste Buraco Negro, despertaram o imaginário e a curiosidade de uma grande quantidade de pessoas (MARCHI; LEITE, 2013), No entanto, a compreensão equivocada sobre os conceitos científicos relacionados ao tema pode levar a uma concepção errônea sobre o corpo celeste.

Barbosa, Aquino e Calheiro (2020) investigaram as possíveis representações sociais de estudantes da Educação Básica sobre Buraco Negro. De posse de seus resultados concluíram que há representações do senso comum relacionadas a “vazio”, “escuridão”, “morte”, entre outras. Por outro lado, as representações associadas ao universo científico apresentavam elementos da astronomia, mas com pouco aprofundamento conceitual. Sob essa ótica, os autores afirmam que essas representações são influenciadas tanto pela mídia, quanto pelo ambiente escolar. Assim, tornam-se importante as intervenções didáticas no contexto escolar para que essas representações se mostrem cientificamente corretas.

Neste contexto, o presente trabalho se apresenta como uma proposta de introdução dos conceitos relacionadas à FMC por meio do ensino de Buraco Negro, através metodologias que possibilitem aos estudantes envolvidos desenvolverem indícios do domínio do campo conceitual do tema proposto.

À vista disso, a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) é um importante referencial teórico para compreender o processo de conceitualização do educando sobre corpo celeste. Ao pensarmos no conceito de *Buraco Negro*, mobilizamos vários outros conceitos relacionados, como gravidade, relatividade, massa etc. Desta forma, um conceito sempre estará atrelado a um conjunto, formando um campo conceitual. Assim, analisar as continuidades e rupturas do processo de conceitualização a partir do ponto de vista do seu conteúdo, é fundamental para compreender a organização do conhecimento (VERGNAUD, 2017).

Além de um referencial pertinente à cognição como a TCC, é importante que as práticas de ensino estejam alicerçadas em metodologias que promovam a participação ativa do aluno. Dentre as várias possibilidades, o trabalho de Goulart e Leonel (2020) aponta para a potencialidade das pesquisas que utilizam Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS) para o ensino de FMC. Elas permitem que sejam trabalhados diversos conceitos, possibilitando a integração entre FMC e Física Clássica. Essa maleabilidade, apontam os autores, as transformam em um potente instrumento de aprendizagem. Ao encontro dos autores Mainiak e Hilger (2021) ao trabalhar a metodologia de UEPS, o objetivo é incentivar a construção e implementação de propostas educacionais que vão além do modelo tradicional de ensino. A metodologia de UEPS elaborada por Moreira (2011) permite que durante seu desenvolvimento sejam utilizados recursos, materiais e estratégias de ensino diversificadas. Assim, uma das estratégias utilizadas foi a elaboração de mapas mentais, pois é pode ser um recurso eficaz para auxiliar na compreensão e memorização de conteúdos, além de facilitar a identificação de lacunas e aprofundamento em determinados campos conceituais.

Neste contexto, apoiada na metodologia da UEPS e nos desafios de compreender os processos de cognição de conceitos complexos da FMC na Educação Básica, esta pesquisa tem como objetivo analisar o possível domínio do campo conceitual sobre Buraco Negro bem como os possíveis invariantes operatórios sobre o tema, buscamos responder ao seguinte problema de pesquisa: Os invariantes operatórios mobilizados na construção dos mapas mentais podem indicar indícios do domínio do campo conceitual?

### **UMA APROXIMAÇÃO POSSÍVEL ENTRE A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E A ELABORAÇÃO DE MAPAS MENTAIS**

Os mapas mentais são caracterizados pela esquematização de informações. Esse processo permite facilmente estabelecer relações de significado e de hierarquia entre ideias, conceitos, fatos ou ações. As regras para a construção de mapas mentais surgiram no final da década de 1960, pelo pesquisador Tony Buzan. A criação desta ferramenta foi uma forma de otimização do tempo, contrastando com extensos períodos demandados para tomar anotações nas aulas pelos métodos tradicionais. Mediante observações de seus



colegas, o autor percebeu que as anotações menos ortodoxas, as quais recorriam de recursos como ilustrações, cores, palavras-chaves, símbolos, entre outros, demandavam menos tempo e aumentavam o desempenho de memorização (MARQUES,2008).

Para Galante (2013, p36), mapas mentais “são ferramentas de planificação e de anotação de informações de forma não linear, ou seja, em forma de teia ou rede”, sendo a ideia principal colocada no centro associadas a imagens, a definições, a princípios e exemplos. Conforme Buzan (2019, p.10) “é um diagrama intrincado que imita a estrutura de um neurônio, com ramificações que saem do centro e evoluem por meio de padrões de associação”. Como ferramenta pedagógica para os processos de aprendizagem, corroboramos com Treviño (2005), visto que o autor aponta os mapas mentais como importantes “organizadores gráficos”, pois eles permitem que o indivíduo manipule suas próprias ideias por meio de imagens, associações, hierarquizações e classificações de palavras-chaves. Isso permite que o sujeito facilmente visualize aquilo que aprendeu e que, para ele, faz sentido. Neste mesmo véis, Ontoria, Gómez e Luque (2003) assinalam a diferenciação das ideias, mas sem perder a visão globalizante.

Uma representação gráfica de um processo integral e global da aprendizagem que facilita a união, diversificação e integração de conceitos ou pensamentos, para analisá-los e sintetizá-los em uma estrutura crescente e organizada, elaborada com imagens, cores, palavras e símbolos (ONTORIA; GÓMEZ; LUQUE, 2003, p. 40).

Ao encontro desses autores, Buzan (2019) afirma que a construção de mapas mentais durante os processos de ensino e aprendizagem propicia ao professor acompanhar o progresso dos estudantes através da comparação de novos mapas mentais com os mapas mentais já construídos. Assim, a construção de mapas mentais permite visualizar e organizar informações expressas através de imagens, palavras-chaves, pequenos textos para mostrar a relação entre diferentes conceitos, o que promove uma compreensão global do conhecimento.

Deste modo, apoiada nas características de construção de mapa mental, a utilização desta técnica possibilita uma aproximação possível com a TCC, pois essa postula que os conceitos estão organizados em campos que possuem relações entre si. Esses campos conceituais podem ser representados por estruturas mentais que envolvem conhecimentos

e relações entre diferentes ideias. A teoria destaca a importância de relacionar conceitos e construir conexões significativas para uma compreensão mais profunda. Outro conceito importante na TCC é o conceito de esquema, para Vergnaud (1998) um esquema “possibilita descrever e compreender os processos de resolução de problemas” (Vergnaud, 1998, p.173) e pode conduzir a análise dos invariantes operatórios explicitados pelos sujeitos ao responderem uma determinada situação-problema. Em outras palavras, a TCC investiga a organização cognitiva dos estudantes, a partir de situações-problema, as quais permitem a identificação dos elementos presentes em seus esquemas, o que resultará na caracterização da forma operatória do conhecimento durante a ação (VERGNAUD, 1990; MOREIRA, 2002).

Já os invariantes operatórios são responsáveis por tornar um esquema operacional. Esse determina a operacionalidade de um Conceito, ou o conjunto de Invariantes Operatórios associados ao conceito, ou o conjunto de Invariantes operatórios que podem ser reconhecidos e usados pelos sujeitos para analisar e dominar as situações (VERGNAUD,2017). O desenvolvimento cognitivo consiste sobretudo, nesta teoria, no desenvolvimento de um vasto repertório de esquemas. Diante de uma situação-problema<sup>2</sup> o sujeito mobiliza seus esquemas, os quais são organizados em invariantes operatórios, para solucioná-la. Esses invariantes podem ser divididos em dois níveis: teoremas-em-ação e conceitos-em-ação. O primeiro é um objeto ou uma categoria de pensamento tido como relevante e permanece em sua maioria implícito ao longo da ação do sujeito. O segundo, são proposições que podem ser verdadeiras ou falsas. Assim, identificá-los é uma forma de detectar esquemas ineficazes e tentar auxiliar os estudantes na tarefa de transformar esquemas ineficazes em aplicáveis. Uma das maneiras de se verificar tais conhecimentos mobilizados é por meio do acompanhamento dos diversos momentos em que os estudantes são chamados a dar respostas a situações-problema. No entanto, na TCC, a explicitação dos conhecimentos em diferentes situações é fundamental para o professor compreender o processo de conceituação a partir dos possíveis invariantes operatórios emergidos dos esquemas.

---

<sup>2</sup> Situações-problema: Conjunto de situações que dão sentido ao conceito, uma vez que para resolvê-las é necessária a mobilização de esquemas, os quais darão sentido aos conceitos, tornando-os significantes (Vergnaud,2017).

Na busca por instrumentos que auxiliem na representação, os mapas mentais podem se apresentar como uma importante ferramenta. Eles são elaborados a partir de um conjunto de palavras-chaves e imagens de forma flexível, as quais estão associadas às ideias centrais, bem como às ramificações; isso permite a externalização de invariantes operatórios. A título de ilustração, ao associar palavras-chaves à ideia central, é possível averiguar os conceitos-em-ação explicitados pelo sujeito sobre tema escolhido, bem como as possíveis explicações dadas pelas ramificações, e também é possível identificar os teoremas-em-ação associados à ideia central.

Ao unir essas abordagens, é possível explorar os campos conceituais por meio da elaboração de Mapas Mentais. O Mapa Mental se torna uma representação visual dos campos conceituais, permitindo ao estudante identificar as relações entre os conceitos, hierarquizar as informações e organizar seu conhecimento de forma mais clara e integrada.

## **PERCURSO METODOLÓGICO**

Os resultados desta pesquisa partem da análise dos mapas mentais e textos explicativos elaborados no 2º e 6º passos de uma UEPS sobre Buraco Negro. A pesquisa foi implementada em uma escola pública estadual, numa turma do 1º do Ensino Médio do período noturno, com 22 estudantes, os quais foram identificados como A1, A2, ..., A22, de forma a preservar suas identidades.

A UEPS implementada segue a proposta de Moreira (2011), a qual estabelece uma sequência didática ancorada na Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS), composta por oito passos, definidos de forma sucinta no quadro 1. Durante a elaboração de cada passo, o autor sugere uma diversidade de estratégias e materiais de ensino, apontadas pelo autor como aspecto transversal à proposta. “Em todos os passos, os materiais e as estratégias de ensino devem ser diversificados” (Moreira, 2011, p. 5) e “sugerem que os questionamentos, diálogos, críticas e diversidade de materiais e estratégias de ensino devem ser privilegiados” (Mariniak e Hilger, 2021, p.640). Entre estas estratégias utilizamos mapas mentais para explicitar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre



o tema e para verificar se estes conhecimentos evoluíram para conhecimentos relevante, de forma que pudéssemos avaliar indícios de domínio do campo conceitual de buraco negro. Cabe salientar que durante o desenvolvimento da UEPS foram trabalhadas diferentes estratégias para abordar os conceitos que fazem parte do campo conceitual de buraco negro selecionados neste trabalho.

Apresentamos, no quadro 1, uma síntese dos passos da UEPS sobre Buraco Negro implementada na nossa pesquisa e salientamos os passos que serão analisados nos resultados deste artigo, ou seja, as atividades elaboradas no segundo e sexto passos da UEPS, os quais foram utilizadas para a análise dos resultados.

**Quadro 1** – Descrição do 2º e 6º passos da UEPS sobre Buraco Negro.

<b>Resumo da UEPS sobre Buraco Negro implementa</b>		
<b>Aspectos sequenciais</b>	<b>Recomendações de Moreira (2011)</b>	<b>Síntese dos procedimentos adotados em cada passo</b>
1º Passo: Definição de tópicos específicos a serem abordados	Definir os tópicos a serem abordados, bem como os objetivos gerais e específicos de aprendizagem, ou seja, envolve todo o planejamento da UEPS de forma sistematizada.	<b>Tópicos:</b> Força gravitacional; Campo gravitacional; Velocidade de escape; Teoria da relatividade geral; Efeitos relativísticos; Força de maré.
<b>2º Passo:</b> <b>Investigação dos conhecimentos prévios</b>	Propor ou criar situações nas quais o aluno possa externalizar os seus conhecimentos prévios.	Nesta atividade, os alunos realizaram a elaboração de um mapa mental, com tema “Buraco Negro”. Após a elaboração do mapa mental, elaboraram um pequeno texto explicando as palavras que foram associadas ao tema central.
3º Passo: Situação - problema inicial	Elaborar situações-problema a nível introdutório e que se relacionem aos conhecimentos prévios dos estudantes	Utilização de uma simulação para mobilizar durante situação-problema, a compreensão da “velocidade de escape”; junto um questionário com situações envolvendo interações gravitacionais e velocidade de escape dos corpos, similares as apresentadas na simulação.
4º Passo: Diferenciação Progressiva	Neste passo, as situações de aprendizagem devem partir de conhecimentos mais gerais para os mais inclusivos.	A primeira situação-problema trabalhou a análise da História da Ciências para definição de Buraco Negro a partir da Física newtoniana; A segunda situação-problema possui como objetivo trabalhar os conceitos introdutórios da Teoria Geral da Relatividade. Para construção desta atividade, utilizou-se o simulador “Lab Gravity”. Na terceira situação-problema foi exibido o episódio dos Simpsons “Threehouse of Horror XXIII”.

<p>5° Passo: Complexidade</p>	<p>Neste passo o conhecimento deve ser organizado por meio de novas situações-problema, em que o grau de complexidade, abstração e diferenciação deverá ser mais alto com relação aos passos anteriores.</p>	<p>As situações tiveram como objetivos descrever os fenômenos relativísticos próximo do Horizonte de Eventos; Identificar as regiões de um Buraco Negro; comparar situações fictícias do filme “Interestelar” com as comprovadas cientificamente.</p>
<p><b>6° passo: Reconciliação integrativa</b></p>	<p>Retome abordagem de conceitos gerais e relevantes novamente, porém em uma perspectiva mais integradora.</p>	<p>A primeira atividade consiste na leitura da história em quadrinhos sobre Buraco Negros elaborada pelas autoras. Após a leitura, o professor irá discutir junto aos estudantes os principais conceitos envolvidos durante o enredo da história, deste modo, retomando os conceitos que foram abordados anteriormente em novas situações. Na aula seguinte, os alunos elaboraram um mapa mental, tendo como tema central “Buraco Negro”. A atividade foi feita sem consulta ao material e ao final os estudantes elaboraram um texto para explicar o mapa mental.</p>
<p>7° Passo: Avaliação da aprendizagem</p>	<p>A avaliação da aprendizagem deve ser de forma contínua, durante todo o percurso da UEPS. Além da avaliação processual, os alunos realizaram uma avaliação somativa</p>	<p>Avaliação individual com situações-problemas e questões fechadas sobre os conceitos trabalhados nos passos da UEPS.</p>
<p>8° Passo: Efetividade da UEPS</p>	<p>Verificação do êxito da UEPS</p>	<p>Foi utilizado um opinário.</p>

Fonte: Autoras,2023.

Para a análise dos conceitos-em-ação explicitados nos mapas mentais dos alunos, foi utilizado o *software* IRAMUTEQ. Este programa está relacionado com a análise de pesquisas qualitativas, uma vez que apresenta estatísticas textuais clássicas, pesquisas de especificidades de grupos, classificação hierárquica descendente, análises de similitude e nuvem de palavras (CALHEIRO, et.al., 2019). Foram utilizados os conceitos e frases explicitados nos mapas mentais para formar o *corpus* textual, os quais foram organizados em um único arquivo para serem importados para o software Iramuteq. Para este trabalho foram elaborados dois *corpus*, para os resultados dos mapas mentais do passo 2 e passo 6.

Dentre os recursos disponíveis no programa, utilizamos a análise de similitude, a qual é processada através de indicadores estatísticos que apresentam as coocorrências entre as palavras de um *corpus* textual. Ou seja, é possível formar uma árvore de palavras com ramificações, as quais são estabelecidas a partir da teoria dos grafos. Por meio deste

recurso pudemos, então, identificar a conectividade entre os conceitos-em-ação apresentados nos mapas mentais. Para identificar os teoremas-em-ação emergidos nos dois passos utilizamos como *corpus* os textos elaborados pelos estudantes para explicarem os mapas mentais.

Após a definição dos *corpus de análise, para identificar os* invariantes operatórios explicitados nos passos 2 e 6, utilizamos o trabalho de Barbosa e Calheiro (2021) para categorizar os invariantes emergidos dos mapas mentais. As autoras, a partir de uma situação-problema introdutória envolvendo Buraco Negro, categorizaram os invariantes operatórios identificados nas respostas dos estudantes em três categorias. Na primeira, *Invariantes operatórios inadequados*, foram enquadrados os conceitos-em-ação e teoremas-em-ação não cientificamente corretos e não pertinentes sobre objeto astronômico. A segunda categoria abarcou os *Invariantes operatórios relevantes*, formando o conjunto de conceitos incipientes que estão relacionados ao Buraco Negro. Nesta categoria há o emprego de expressões relevantes relacionadas ao objeto de estudo, porém, sem uma articulação adequada com termos científicos. Por último, *Invariantes operatórios adequados*, representam os esquemas dos estudantes que mobilizaram invariantes operatórios relacionados com Buraco Negro, usando os conceitos cientificamente adequados, bem como a explanação correta dos fenômenos a eles relacionados. Importante frisar que, num mapa mental, podem aparecer as três categorias de invariantes operatórios.

Para avaliarmos as rupturas e continuidades dos alunos em relação ao processo do domínio do campo conceitual de Buraco Negro, foram estabelecidos critérios qualitativos, os quais consistiram em comparar os invariantes operatórios explicitados em ambas os passos da UEPS, conforme as categorias adotadas por Barbosa e Calheiro (2021), com intenção de avaliarmos se houve uma modificação das categorias majoritárias. Deste modo, emergiram três novas categorias para o processo de evolução dos modelos explicativos apresentados pelos alunos sobre Buraco Negro, os quais foram sintetizados no quadro 2. Na segunda coluna apresentamos o argumento utilizado para justificar cada categoria.

**Quadro 2** – Justificativas das categorias emergentes.

<b>Categorias emergentes</b>	<b>Justificativas</b>
Indícios significativos do domínio do campo conceitual de Buraco Negro	Os invariantes operatórios explicitados no 2º passo da UEPS eram categorizados como <b>inadequados</b> ou <b>relevantes</b> ; a partir do 6º passo se tornaram majoritariamente <b>adequados</b> . Esse processo revela que os estudantes apresentaram um avanço significativo da aprendizagem sobre Buraco Negro.
Indícios parciais do domínio do campo conceitual de Buraco Negro	Os invariantes operatórios explicitados no primeiro mapa mental foram categorizados majoritariamente como <b>inadequados e</b> a partir do segundo mapa se converteram em <b>invariantes relevantes</b> , ou se tornaram <b>adequados</b> , mas com permanência de invariantes <b>inadequados</b> . Esse processo revela um progresso do domínio do campo conceitual, ainda sem avanços significativos dos conceitos relacionados.
Sem indícios do domínio do campo conceitual de Buraco Negro	Os invariantes operatórios do 2º passo para o 6º passo não obtiveram mudanças de categoria. Nota-se que não houve avanços no processo de conceituação.

**Fonte:** Autoras,2023.

Os resultados foram analisados de forma qualitativa por meio da análise do conteúdo, a partir dos mapas e dos textos elaborados pelos estudantes, pois descreve os conteúdos das respostas permitindo aos pesquisadores fazerem inferências acerca do tema (BARDIN,2011). A análise de Conteúdo divide-se em três etapas: a primeira é a pré-análise, onde foi feita uma análise exploratória dos mapas mentais, onde resultou nos *corpus 1 e corpus 2* contendo respectivamente os conceitos relacionados aos mapas do passo 2 e aos mapas do passo 6. Na segunda etapa, denominada codificação, ocorre a exploração do material, que foi realizada a partir dos grafos e leitura dos textos, também buscamos nesta etapa identificar e definir as categorias. Na terceira etapa há tratamento dos dados, ou seja, a descrição das categorias a partir dos dados emergidos da análise, nesta etapa são feitas interpretações e inferências, com o objetivo de captar os invariantes operatórios contidos nos mapas.

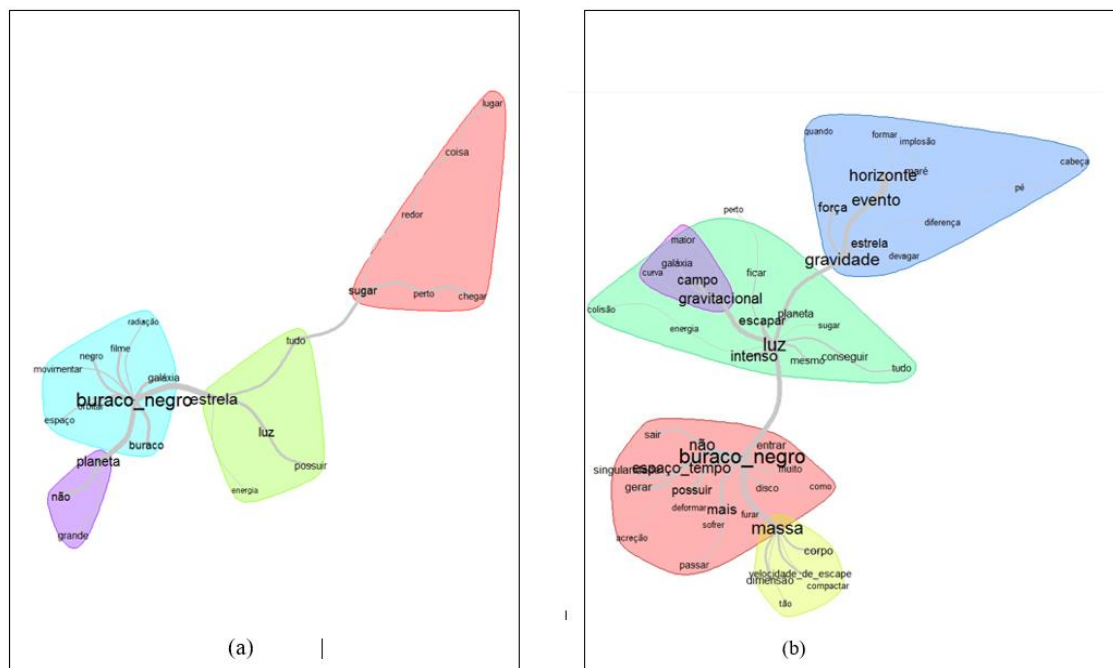
## **RESULTADOS E DISCUSSÕES**

A análise dos resultados de ambos os mapas mentais ocorreu em quatro etapas. A primeira etapa foi a análise de similitude, cujo objetivo foi verificar o avanço geral dos conceitos-em-ação mobilizados pelos estudantes e análise dos teoremas-em-ação explicitados na escrita dos textos explicativos. A segunda, a categorização dos invariantes operatórios explicitados. A terceira etapa foi uma apreciação qualitativa dos avanços do

possível domínio conceitual de Buraco Negro, e, por último, a apreciação quantitativa de síntese deste último processo.

### 1. Análise da similitude dos mapas mentais

Nesta primeira etapa foi realizada a análise de similitude das proposições e palavras associadas ao tema Buraco Negro constantes nos mapas mentais elaborados nos passos 2 e 6. A representação dos grafos, em ambas etapas, permite visualizar as coocorrências entre as palavras do *corpus* textual, bem como contrastar os conceitos-em-ação desprendidos em cada etapa, apresentadas na figura 1. Na teoria dos grafos as coocorrências entre as palavras, delimitadas nas diferentes cores, traz indicações de conexidades entre os conceitos e auxilia na estruturação dos invariantes emergidos e sua relação com o campo conceitual de Buraco Negro, identificado destacado em ambos os grafos.



Fonte: Autoras, 2023.

Figura 1. Grafos (a) e (b) da análise de similitude das situações-problema 2 e 6, respectivamente.



Por meio dos grafos da figura 1, é possível averiguarmos que no grafo (a) houve poucas coocorrências com Buraco Negro. Dentre essas poucas ligações, pudemos observar forte frequência de associação com “galáxia”, “estrela” e “planeta”, conceitos-em-ação associados ao núcleo central. Esta composição mostra que os alunos realizaram uma primeira aproximação com temas da astronomia. No entanto, dentre o conjunto de relações do termo “estrela”, por exemplo, associam-se termos como “luz” e “possuir”, o que demonstra que num primeiro entendimento os alunos relacionam Buraco Negro como uma classe de estrelas.

Esse conjunto de invariantes explicitados no primeiro mapa mental demonstra que os significados dos conceitos não coincidem com os atribuídos pela Ciência. Essas concepções consideradas “errôneas” derivam do fato que os educandos atribuem os significados relacionando-os à sua realidade, pois, em geral, são as primeiras situações previamente dominadas (VERGNAUD, 2017).

Ao analisar os conceitos-em-ação evocados no grafo (b), é possível notar a evolução conceitual dos invariantes operatórios externalizados. Verificamos que os alunos conseguiram compreender a singularidade de um Buraco Negro como uma deformação do espaço-tempo ao relacionarem tais conceitos. Outro avanço evidenciado, é a associação de conceitos clássicos da física, como massa, à velocidade de escape, pois ambos possuem uma relação de proporcionalidade de um corpo que queira vencer a força gravitacional. Vale destacar que conceitos como gravidade e campo gravitacional apresentaram relações diferentes das apontadas por Barbosa e Calheiro (2021). Os autores averiguaram que tais conceitos possuíam uma forte correlação com as palavras sucção, sugar e puxar. Isso reflete as concepções implícitas dos estudantes em relação ao que ocorre na região próxima ao Buraco Negro.

No entanto, no segundo mapa mental elaborado pelos alunos tais conceitos apresentavam conexões distintas, tais como “horizonte de eventos” e “força maré”. Isso demonstra a importância do conjunto de situações-problema para a modificação dos significados atribuídos a um conceito.

Vergnaud (1990) corrobora com essa perspectiva ao afirmar que os teoremas-em-ação e conceito-em-ação se tornam mais claros e próximos dos teoremas e conceitos

científicos quando o indivíduo cria esquemas mais complexos, mais eficazes e mais úteis o que se caracteriza como aprendizagem (SOUSA, MOREIRA, MATHEUS, 2005).

## 2. Análise dos invariantes operatórios por categorias

A partir dos mapas mentais elaborados pelos alunos, foi possível categorizar os invariantes conforme as três categorias propostas por Barbosa e Calheiro (2021) que tiveram como base as concepções dos trabalhos de Barbosa et al. (2020) e Riggs (2019). Verificamos ao analisar os mapas que há recorrência de invariantes operatórios apresentados pelos autores. No quadro 3 representamos as categorias com exemplos dos invariantes operatórios explicitados nos mapas dos passos 2 e 6.

**Quadro 3.** Categorias, Conceitos e Teoremas-em-Ação emergidos dos esquemas dos estudantes.

<b>Categorias</b>	<b>Conceitos-em-Ação</b>	<b>Teoremas-em-Ação (T)</b>
Invariantes operatórios inadequados	Vácuo Neblina Fumaça Profundo	T1: O Buraco Negro pode explodir. T2: Região próxima do Buraco Negro fica destruída. T3: É um portal para outra dimensão. T4: Emite luz.
Invariantes operatórios relevantes	Força Região escura Estrelas Galáxia	T5: Engole tudo que tem a sua volta. T6: Não possui cor. T7: Está distante da Terra.
Invariantes operatórios adequados	Campo gravitacional Espaço-tempo Força gravitacional Velocidade de escape Velocidade da luz Força maré	T8: Nada sairia do Buraco Negro. T9: Nem a luz consegue escapar. T10: Deforma o espaço-tempo. T11: Velocidade de escape é maior que a velocidade da luz. T12: Não emite luz. T13: O tempo passa mais devagar perto de intenso campo gravitacional.

Fonte: Autoras, 2023.

Em termos de campo conceitual de Buraco Negro, no quadro 3 podemos verificar a existência de um teorema-em-ação recorrente nos esquemas dos alunos sobre corpos celeste, qual seja, a percepção de “os buracos negros seria portais para outras regiões do espaço” (T3). Este teorema-em-ação, citado pelo estudante na frase “Eu acho que quando somos sugados por ele, somos transportados para outro mundo completamente diferente [...] (A1)”, foi categorizado como invariante operatório inadequado. Por meio deste invariante operatório pudemos verificar que alguns alunos não possuem

conhecimentos prévios relevantes sobre Buraco Negro, visto que é um conceito cientificamente incorreto.

Em relação aos invariantes considerados relevantes como indicativos de teoremas-em-ação, ressaltamos a explicação dada pelo estudante A5: “*Buraco Negro engoliria os objetos próximos*” (teorema T5). Esta explicação sugere uma relação incipiente entre conceitos cientificamente corretos, uma vez que descreve o comportamento de objetos próximos de um Buraco Negro de forma incompleta, pois não há a utilização de termos e aprofundamentos científicos mais adequados.

Em relação ao teorema referido, os Buracos Negros só “engolem” objetos que passam suficientemente perto. Isso demonstra que eles estavam buscando, em seus esquemas já existentes, explicações para o fenômeno. Nesse caso, as representações não apresentam a compreensão que a força gravitacional seria a responsável pelo processo de “engolir” os objetos próximos de Buraco Negro.

Ademais, é interessante observar que há a existência de invariante operatório adequado, como o expresso na proposição “*Gravidade dele é tão grande que ele pode sugar um planeta*” - A13, pois envolve conceitos cientificamente corretos acerca de Buracos Negros. Esses corpos celestes produzem efeitos semelhantes aos das forças físicas clássicas, como a Gravidade, devido à deformação por eles produzida no espaço-tempo. Ainda que os conceitos mobilizados retomem à física clássica, mostram-se fundamentais para resolução de situações-problema.

Neste sentido, a TCC aponta a importância da identificação dos invariantes operatórios, pois “o reconhecimento dos invariantes é a chave da generalização do esquema” (VERGNAUD, 1990, p.5). Portanto, categorizá-los é importante para compreender os indícios do domínio do campo conceitual de Buraco Negro.

### **3. Análise de indícios do possível domínio do campo conceitual**

Vergnaud (2017) define campo conceitual como sendo um conjunto de situações cujo domínio requer a mobilização de vários conceitos de naturezas distintas, os quais dependem da operacionalidade dos invariantes. Ao identificarmos os invariantes operatórios em um campo conceitual, é possível compreender como os diferentes



NEGRO, o qual é rotineiramente empregado para se referir à cor mais escura, uma vez que os mapas evocam termos como “escuro”, “sem cor” e “sem luz”. Além disso, nota-se um atributo cultural relacionado a este adjetivo, pois na língua portuguesa a palavra “negro” tem uma condição marcadamente negativa, que é evidente ao associarem palavras como “medo”, “morte” e “tristeza” ao tema principal. Também se verifica uma significativa presença de conceitos associados à astronomia, tais como “galáxia”, “cometas”, “universo”, entre outros; contudo, essa relação caracteriza-se por uma percepção incipiente e superficial sobre conceitos cientificamente corretos. Assim, pode-se concluir que os esquemas iniciais são compostos, em sua maioria, de invariantes considerados inadequados ou relevantes para objeto de conhecimento.

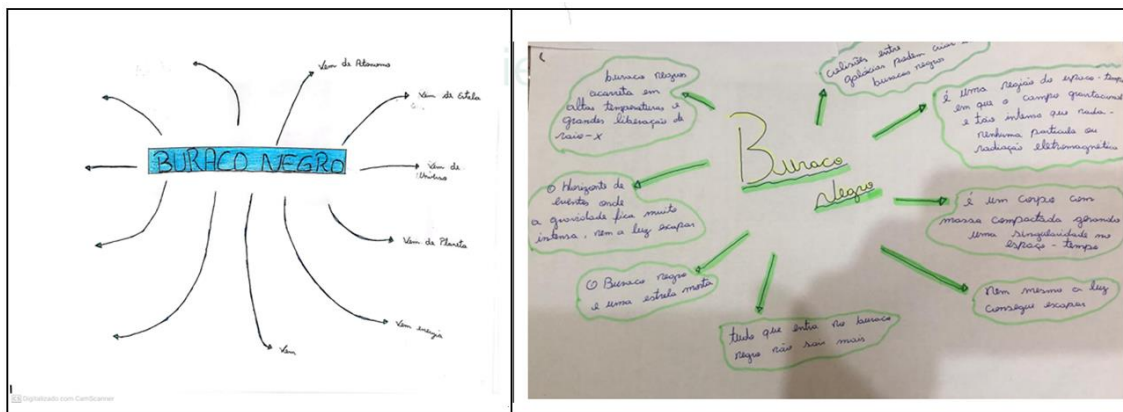
No segundo mapa mental temos, por sua vez, além da mobilização de conceitos-em-ação, uma explicitação de teoremas-em-ação majoritariamente considerados adequados. O aluno demonstra compreender os efeitos relativísticos de um objeto ao se aproximar de um Buraco Negro, conforme evidenciado nas proposições “Gravidade faz com que o tempo passe mais devagar” e “Luz? Curva? acontece por um intenso campo gravitacional gerado pelo B.N.”. Pudemos perceber, também, a presença de conceitos da física clássica, como na proposição “Quanto maior massa, maior a gravidade”; isso demonstra uma regra de inferência a do tipo “se... então...”, o que evidencia a mobilização de conceitos clássicos para a compreensão do corpo celeste, caracterizando uma ampliação do campo conceitual. Além disso, invariantes operatórios inadequados que consideravam o Buraco Negro como portal para outro universo parecem ter sido superados, visto que aluno o associa a um “processo de espaguetização”. Também percebemos a palavra “funil”, colocada entre parênteses, como explicação do processo de estrangulamento de um corpo ao adentrar no horizonte de eventos, característica essa intrínsecas dos buracos negros. Portanto, é evidente a mobilização de diferentes conceitos, o que demonstra indícios de avanços significativos na aprendizagem.

### **3.2 Indícios parciais do campo conceitual de Buraco Negro**

Na segunda categoria estão elencados os mapas que apresentaram indícios de um domínio parcial do campo conceitual. Esses indícios são expressos pela utilização



majoritária de invariantes operatórios relevantes no segundo mapa mental em relação ao primeiro, os quais são compostos, em sua maioria, de invariantes considerados inadequados, como representado na figura 3.



**Figura 3** - Mapas mentais elaborados da situações-problema 2 e 6, respectivamente.

No primeiro mapa mental não há uma presença considerável de teoremas e conceitos-em-ação e verifica-se uma pequena quantidade de invariantes operatórios considerados inadequados. Isso demonstra a dificuldade de explicitar todos os conhecimentos. Ao mesmo tempo, compreendemos a ausência de invariantes operatórios relevantes, o que demonstra que o sujeito não consegue tratar imediatamente uma situação, pois os poucos invariantes encontram-se em seus esquemas de forma desorganizada, incompleta ou ineficiente no contexto em que estão sendo utilizados (VERGNAUD, 1990).

É possível verificar o aumentando da quantidade de tópicos relacionados a Buraco Negro. Observou-se que, embora o aluno compreenda conceitualmente que buracos negros são corpos que geram uma singularidade no espaço-tempo e, conseqüentemente, possuem intenso campo gravitacional, há a presença de invariantes operatórios considerados relevantes e inadequados em seus esquemas, evocados por proposições como “Colisões entre galáxias podem criar Buraco Negro” (visto que estes corpos são formados por implosões estelares) ou “o Buraco Negro é uma estrela morta”.

Assim, evidenciou-se que os conceitos mais básicos, como da gravitação, foram assimilados aos seus esquemas; no entanto, conjuntamente há a permanência de

concepções espontâneas e pouca mobilização de conceitos de naturezas distintas. Isso demonstra que houve um avanço conceitual ainda que pouco significativo.

### 3.3 Sem indícios do domínio do campo conceitual de Buraco Negro

Nesta análise considerou-se que a permanência da mesma categoria dos invariantes explicitados nos mapas mentais revelou indícios da estagnação deste domínio conceitual. A figura 4 representa este processo, pois observamos que não houve avanços significativos do domínio do campo conceitual, uma vez que há a permanência de invariantes operatórios relevantes sobre Buraco Negro em ambos os mapas mentais.

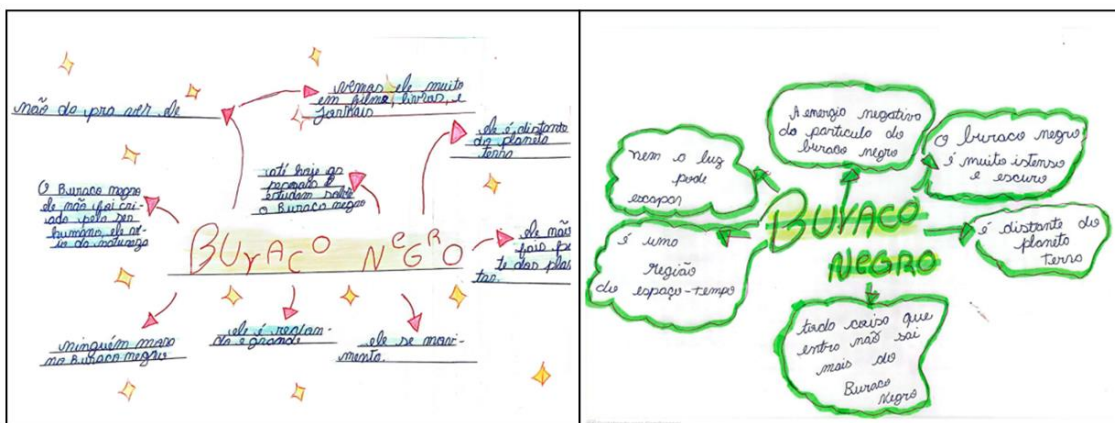


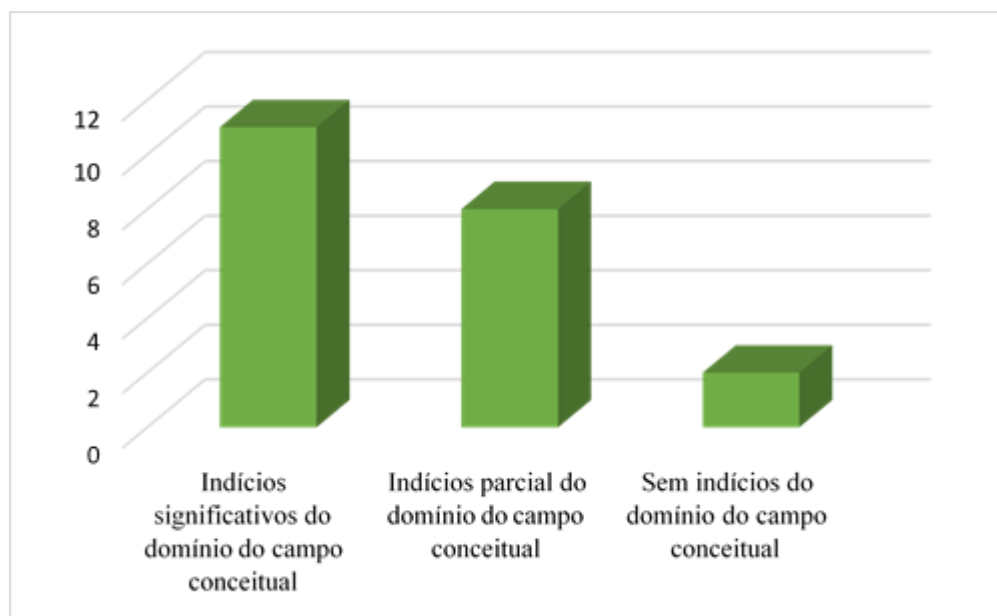
Figura 4 -Mapas mentais elaborados da situações-problema 2 e 6, respectivamente.

A título de ilustração, um indício de invariabilidade dos invariantes operatórios mobilizados nos esquemas é a conservação do teorema-em-ação “É distante da Terra” em ambos os mapas, conforme destacado na figura 4. O aluno não conseguiu progredir seus modelos explicativos sobre Buraco Negro apesar da proposição “É uma região do espaço-tempo”, que é um teorema-em-ação adequado, porém sem conexões relevantes, as quais poderiam mostrar um cenário mais explícito de suas compreensões sobre relatividade. Pela análise dos mapas classificados nesta categoria pode-se inferir que não houve um avanço no domínio conceitual, bem como que as situações-problema realizadas durante a UEPS não foram suficientemente desafiadoras para que seus teoremas e conceitos-em-ação sofressem progressos e tornassem majoritariamente adequados. Essa constatação é importante para identificar possíveis limitações na abordagem utilizada na UEPS e nas

situações-problema propostas. Pode ser necessário revisar e aprimorar as atividades, tornando-as mais desafiadoras e estimulantes, de modo a promover uma aprendizagem com significados.

#### 4. Síntese quantitativa dos resultados

Mediante a aplicação das atividades propostas na UEPS, a partir dos resultados obtidos do passo 6 – reconciliação integradora – foi possível averiguar indícios do domínio do campo conceitual dos alunos através de uma nova elaboração do mapa mental sobre Buraco Negro, quando comparado ao primeiro mapa mental realizado no passo 2. Desta forma, a partir das categorias emergentes para análise dos indícios do possível domínio do campo conceitual, pudemos quantificar os dados obtidos, conforme apresentado na figura 5.



**Fonte:** Autoras, 2023.

**Figura 5.** Indícios do domínio do campo conceitual a partir da elaboração de mapas mentais.

A figura 5 representa as categorias de um possível indício no domínio do campo conceitual de Buraco Negro dos sujeitos de pesquisa. Os resultados obtidos demonstram que muitos estudantes apresentaram avanços significativos no possível domínio do campo conceitual de Buraco Negro, enquanto outros mostraram progresso parcial. Esses

resultados evidenciam as potencialidades da UEPS que foi adotada neste estudo e sugerem que a abordagem das UEPS pode ser uma alternativa promissora no ensino de conceitos complexos, como os relacionados à FMC. A criação de situações-problema bem estruturadas e alinhadas aos objetivos de ensino, pode contribuir para que os estudantes desenvolvam um conhecimento mais sólido e duradouro.

### **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Este artigo buscou apresentar indícios do domínio do campo conceitual de Buraco Negro a partir da mobilização dos invariantes operatórios dos estudantes durante a implementação de uma UEPS, a partir da análise dos mapas mentais e dos textos explicativos elaborados em dois passos dessa UEPS.

Durante a realização do primeiro mapa mental, que tinha como objetivo investigar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre o tema Buraco Negro, os resultados revelaram um número significativo de invariantes operatórios inadequados no processo de representação. Isso indica que os alunos possuíam poucos conhecimentos prévios relevantes sobre o assunto. Também percebemos um número expressivo de invariantes operatórios relevantes os quais demonstraram conceitos-em-ação relacionados à astronomia. Entretanto, não foram verificados aprofundamentos teóricos dessas relações estabelecidas, inferindo-se que os alunos realizaram apenas uma primeira aproximação dos conceitos da astronomia diante do corpo celeste.

Os resultados iniciais mostram a importância de uma intervenção educacional para fornecer aos estudantes os conhecimentos necessários sobre Buracos Negros. Nesse sentido, a elaboração de mapas mentais em conjunto com outras estratégias, ao longo da UEPS, contribuiu para melhorar a compreensão dos estudantes sobre o tema, permitindo que eles desenvolvessem indícios do domínio conceitual.

Este contexto demonstra a importância de estimular os estudantes a explicitarem seus invariantes operatórios para que possam ser discutidos, e o professor, no seu papel de mediador, para que possa ajudá-los a aproximarem seus significados conceituais daqueles aceitos pela comunidade científica. Para tanto, acreditamos como fundamental a seleção de situações-problema adequadas, uma vez que o campo conceitual é

desenvolvido, primeiramente, por um conjunto de situações que só podem ser analisadas a partir de um conjunto de conceitos (VERGNAUD, 2017).

Entendemos, por fim, que a elaboração de atividades que possibilitem a explicitação de invariantes operatórios não é uma tarefa trivial para o professor-pesquisador. É necessário analisar um conjunto de situações das mais diversas possíveis, bem como recorrer a estratégias didáticas variadas, para que seja possível definir uma regularidade nas respostas e, assim, compreender o processo de conceituação sobre o tema investigado. É importante lembrar a afirmação de Moreira (2002, p. 16), ao ressaltar que “[...] conceitos-em-ação e teoremas-em-ação podem, progressivamente, tornarem-se verdadeiros conceitos e teoremas científicos, mas isso pode levar muito tempo”.

Com base nos resultados apresentados até o momento, é possível vislumbrar a possibilidade de indícios de um possível domínio do campo conceitual sobre Buraco Negro por parte dos estudantes.

Por fim, podemos afirmar que, apesar dos conhecimentos prévios limitados demonstrados no primeiro mapa mental, os avanços significativos observados nos mapas mentais e textos explicativos posteriores sugerem que os estudantes adquiriram um maior entendimento e aprimoraram seus invariantes operatórios ao longo da UEPS.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradecemos ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico e Universidade Federal de Mato Grosso do Sul.

## **REFERÊNCIAS**

AKIYAMA, K., ALBERDI, A., Alef, W., ALGABA, JC, ANANTUA, R., ASADA, K., ... & MARTÍ-VIDAL, I. First Sagittarius A\* Event Horizon Telescope Results. V. Testing Astrophysical Models of the Galactic Center Black Hole. **The Astrophysical Journal Letters**, 930 (2), L14, 2022.

ALMEIDA, C. R. Buracos negros: mais de 100 anos de história. **Cadernos de Astronomia**, v. 2, n. 1, p. 93, 2021.



BARBOSA, P. G.; AQUINO, A. M.; CALHEIRO, L. B. Representações sociais de alunos da educação básica sobre buracos negros. **Revista de Enseñanza de la Física**, v. 32, p. 135-142, 2020.

BARBOSA, P. G.; CALHEIRO, L. B. Mobilização e explicitação de invariantes operatórios sobre Buraco Negro. **Revista de Enseñanza de la Física**, v. 33, n. 3, p. 309-316, 2021.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70. 2011.

BUZAN, T. **Dominando a Técnica dos Mapas Mentais: Guia Completo de Aprendizado e o Uso da Mais Poderosa Ferramenta de Desenvolvimento da Mente Humana**. Editora Cultrix, 2019.

CALHEIRO, L. B.; ERROBIDART, N. C. G.; ARAUJO, M. E. M. A sustentabilidade e a prática interdisciplinar na educação básica a partir de uma unidade de ensino potencialmente significativa. **Revista de Enseñanza de la Física**, v. 31, p. 141-149, 2019.

DA SILVA, A. S. G.; DE CARVALHO, H. A. P.; PHILIPPSEN, G. S.. Ensino de Física Moderna no Ensino Médio: uma proposta didática para o estudo da evolução do modelo atômico. **Revista Insignare Scientia-RIS**, v. 5, n. 3, p. 392-408, 2022.

DE FARIAS M, T C., MARTINS, T. C., NOVAIS, A. L. F., GOMES, L. M., FERNANDES, C. S., FERREIRA, F. C. L. Ensino de física moderna e contemporânea na última década: revisão sistemática de literatura. **Scientia Plena**, 15(7), 2019.

GALANTE, C. E. S. O uso de mapas conceituais e de mapas mentais como ferramentas pedagógicas no contexto educacional do ensino superior. **Seminário Internacional sobre a situação da política educacional do Mercosul**. Asunción, PY, 2013.

GOMES, I. F.; SANTOS, B. M.; SOUZA, G. A. P. S.; PINHEIRO, A. R. da C. Estudo do efeito fotoelétrico por problematização no instituto federal em xapuri/ac. Reamec-Rede **Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, v. 10, n. 1, p. e22019-e22019, 2022.

GOULART, G. S.; LEONEL, A. A. Revisão da literatura sobre ensino de física Moderna e Contemporânea no ensino média: Potencialidades a partir da aprendizagem significativa. **Revista Dynamis**, v. 26, n. 1, p. 192-215, 2020.

MARCHI, F.; LEITE, C. Uma possibilidade de leitura no ensino de física: O tema Buracos Negros através de um livro de divulgação científica. Atas do **XX Simpósio Nacional de Ensino de Física** (SNEF), São Paulo, 2013.

MARINIAK, M.; HILGER, T. Proposta de UEPS sobre energia e sua lei de conservação. **Revista Insignare Scientia - RIS**, v. 4, n. 6, p. 633-644, 8 out. 2021.

- MARQUES, António Manuel de Miranda. **Utilização pedagógica de mapas mentais e de mapas conceituais**. 2008. Tese de Doutorado.
- MONTEIRO, M. A.; NARDI, R.; BASTOS FILHO, J. B.. A sistemática incompreensão da teoria quântica e as dificuldades dos professores na introdução da física moderna e contemporânea no ensino médio. **Ciência & Educação**, v. 15, n. 03, p. 557-580, 2009.
- MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em ensino de ciências**. v.7, n.1, p. 7-29, 2002.
- MOREIRA, M. A. Unidades de Enseñanza Potencialmente Significativas – UEPS. **Aprendizagem Significativa em Revista / Meaningful Learning Review**, 1(2), 43-6, 2011.
- ONTORIA PEÑA, A.; GÓMEZ, R. J., & de LUQUE SÁNCHEZ, A. Aprender con mapas mentales.2003.
- RIGGS, P. J. Black holes: basic concepts and popular misconceptions. **Physics Education**, v. 54, n. 6, p. 065015, 2019.
- SOUSA, C. M. S. G.; MOREIRA, M. A.; MATHEUS, T. A. M.. A resolução de situações-problema experimentais no campo conceitual do eletromagnetismo: uma tentativa de identificação de conhecimentos-em-ação. **Revista brasileira de pesquisa em educação em ciências**. Porto Alegre. Vol. 5, n. 3 (set./dez. 2005) p. 61-72, 2005.
- TREVIÑO, C. **Mind mapping and outlining**: comparing two types of graphic organizers for learning seventh grade life science. 137 f. Tese (PhD) – GraduateFaculty of Texas Tech University, Lubbock, 2005.
- VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Récherches en Didactique des Mathématiques**, v.10, n.23, p. 133-170, 1990.
- VERGNAUD, G. O que é aprender? O iceberg da conceitualização. Teoria dos campos conceituais TCC. **Porto Alegre: GEEMPA**, 2017.
- YOUNG, H. D. e FREEDMAN, R. A., (SEARS & ZEMANSKY), Física IV – Ótica e Física moderna, 14ª edição: Editora Pearson, São Paulo, 2016