

Estudo das potencialidades do uso de objetos virtuais de aprendizagem no ensino da trigonometria

Potentialities study of the virtual learning objects use in the trigonometry teaching

Estudio del potencial del uso de objetos virtuales de aprendizaje en la enseñanza de la trigonometria

Vitor José Petry (vitor.petry@uffs.edu.br)

Universidade Federal da Fronteira Sul Brasil, <https://orcid.org/0000-0002-8838-8753>

Larissa Cassol Mohr (larissa_cmohr@hotmail.com)

Universidade Federal da Fronteira Sul Brasil, <https://orcid.org/0000-0002-6101-9165>

Augusto Morlin Moretto (augustomtt@gmail.com)

Universidade Federal da Fronteira Sul Brasil, <https://orcid.org/0009-0001-9198-2139>

Resumo

Neste trabalho é apresentado um exercício de imaginação pedagógica, na perspectiva apontada por Skovsmose (2015), com a finalidade de investigar as potencialidades e possíveis contribuições de objetos virtuais de aprendizagem (OVA) desenvolvidos com o *software* GeoGebra no estudo de conceitos relacionados à trigonometria. A pesquisa foi desenvolvida a partir de uma atividade proposta no componente curricular de Metodologia de Ensino da oitava fase de um curso de Licenciatura em Matemática. Foi elaborada e apresentada uma sequência didática a partir do desenvolvimento dos OVA, visando a aprendizagem dos conceitos relativos ao objeto de estudo. A partir das discussões e do *feedback* da turma, foram realizados alguns ajustes nos OVA e desenvolvido o estudo de possibilidades. Foram identificadas evidências de que o uso dos OVA podem auxiliar no processo de aprendizagem e na compreensão de conceitos e propriedades da trigonometria pelos alunos.

Palavras-chave: Imaginação pedagógica; GeoGebra; OVA; Relações trigonométricas.

Abstract

In this work an exercise of pedagogical imagination is presented, in the perspective indicated by Skovsmose (2015), in order to investigate the potentialities and possible contributions of virtual learning objects (OVA) developed with GeoGebra software in the study of concepts related to trigonometry. The research was developed from an activity proposed in the curricular component of Teaching Methodology in the eighth phase of an undergraduate course in Mathematics. A didactic sequence was proposed and presented based on the OVA development, aiming at learning the concepts related to the study object. Based on the discussions and feedback from the class, some adjustments were made to the OVA and a possibilities study was

Recebido em: 08/02/2023

Aceito em: 23/11/2023

developed. Evidences were identified that the OVA use can help in the learning process and students' understanding of concepts and properties of trigonometry.

Keywords: Pedagogical imagination; GeoGebra; OVA; Trigonometric relations.

Resumen

En este trabajo se presenta un ejercicio de imaginación pedagógica, en la perspectiva indicada por Skovsmose (2015), con el fin de investigar las potencialidades y posibles aportes de los objetos virtuales de aprendizaje (OVA) desarrollados con el software GeoGebra en el estudio de conceptos relacionados con la trigonometría. La investigación se desarrolló a partir de una actividad propuesta en el componente curricular de Metodología de la Enseñanza de la octava fase de un curso de Licenciatura en Matemáticas. Se propuso y presentó una secuencia didáctica basada en el desarrollo de los OVA, con el objetivo de aprender los conceptos relacionados con el objeto de estudio. Con base en las discusiones y comentarios de la clase, se hicieron algunos ajustes a los OVA y se desarrolló el estudio de posibilidades. Se identificaron evidencias de que el uso de OVA puede ayudar en el proceso de aprendizaje y en la comprensión de conceptos y propiedades de la trigonometría por los estudiantes.

Palabras-clave: Imaginación pedagógica; GeoGebra; OVA; Relaciones trigonométricas.

INTRODUÇÃO

Considerando as constantes evoluções tecnológicas e comportamentais a que a sociedade está submetida, observa-se que os processos de ensino e de aprendizagem desenvolvidos nas escolas enfrentaram diversas modificações ao longo do tempo, seja no que se refere aos recursos disponíveis, bem como às demandas apresentadas por estudantes. Alves e Heckler (2018) ressaltam a importância de reorganizar esses processos de acordo com as novas necessidades, buscando desenvolver metodologias de ensino, com abordagens e caminhos que favoreçam o desenvolvimento do conhecimento no educando. Há também alterações na relação entre professor e aluno, passando esta, a ser fundamentada na troca e construção de conhecimento conjunta e não mais uma situação em que o estudante simplesmente aceita e reproduz o que o professor lhe apresenta.

Em qualquer discussão atual sobre a inserção de recursos didáticos nas aulas de Matemática, é indispensável ressaltar a possibilidade do uso de *softwares* e aplicativos, ainda mais quando as tecnologias da informação e comunicação (TIC) vêm apresentando resultados positivos no contexto educacional, especificamente no que diz respeito à construção do conhecimento matemático, pela facilitação na visualização, entendimento e engajamento por parte dos educandos, dentre outros aspectos. De acordo com Vargas e Araújo (2020) as TIC proporcionam um redimensionamento das práticas em sala de aula.

No Brasil, o uso das TIC nas aulas de Matemática começou a ganhar relevância na década de 1990, quando professores, estudantes e pesquisadores começaram a usar computadores para explorar possibilidades didáticas e pedagógicas, proporcionando o desenvolvimento de diversos *softwares* educacionais, dentre eles os *softwares* de geometria dinâmica (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2015). Em *softwares* de geometria dinâmica, é possível “[...] utilizar, manipular, combinar, visualizar e construir virtualmente objetos geométricos, permitindo traçar novos caminhos de investigação” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2015, p. 23).

As tecnologias podem constituir um meio de facilitar a visualização e como consequência, a compreensão de conceitos e de conteúdos matemáticos, como por exemplo, os relacionados ao estudo da trigonometria. Partindo desse pressuposto, no presente trabalho foi desenvolvido um exercício de imaginação pedagógica a partir do uso de objetos virtuais de aprendizagem (OVA) elaborados com o *software* de geometria dinâmica GeoGebra, para o estudo da trigonometria, voltados a estudantes do Ensino Médio. Este exercício contemplou a apresentação de possibilidades e desafios no uso deste recurso.

Conforme Skowsmose, a imaginação pedagógica, ou pesquisa de possibilidades em Matemática, “[...] inclui não somente um estudo de ‘o que é’ ou ‘o que é construído’, mas também um estudo de ‘o que não é’ e ‘o que poderia ser construído’” (SKOWSMOSE, 2015, p. 69 – 70). Sugere considerar situações imaginadas ou uma situação arranjada para efetuar a pesquisa, sendo esta situação arranjada, mais próxima possível da realidade a ser investigada.

O trabalho foi desenvolvido a partir de uma proposta de atividade do Componente Curricular (CCr) de Metodologia de Ensino na oitava fase de um Curso de Licenciatura em Matemática. Para esta prática foram desenvolvidos OVA pelos dois primeiros autores deste trabalho, sob orientação do terceiro autor, com a finalidade de utilizá-los na elaboração de uma sequência didática visando o estudo da trigonometria. Após a socialização da sequência didática com os demais alunos do CCr e dos *feedbacks* recebidos, vislumbrou-se a possibilidade da realização do estudo exploratório, com a finalidade de investigar as potencialidades e possíveis contribuições de OVA desenvolvidos com o *software* GeoGebra no estudo de conceitos relacionados à trigonometria. Constitui-se dessa forma, como problema da pesquisa, identificar as principais possibilidades e potencialidades do uso dos OVA desenvolvidos, na abordagem de conceitos relacionados ao estudo da trigonometria.

MARCO TEÓRICO

Recebido em: 08/02/2023

Aceito em: 23/11/2023

A constante evolução tecnológica tem sido responsável por modificar as formas de viver, se comunicar e lidar com as mais diversas situações do cotidiano. Assim, considera-se importante que os indivíduos busquem integrar-se a estas novas situações, inclusive no que se refere às formas de ensinar e de aprender. As TIC podem ser entendidas como variados meios técnicos capazes de disseminar a informação e favorecer a comunicação. De acordo com Oliveira, Moura e Sousa (2015), as TIC são “um conjunto de recursos tecnológicos integrados entre si, que proporcionam por meio das funções de *software* e telecomunicações, a automação e comunicação dos processos de negócios, da pesquisa científica e de ensino e aprendizagem” (OLIVEIRA; MOURA; SOUSA, 2015, p. 4).

As TIC estão presentes nos mais diversos contextos da atividade humana, de modo que, ao serem inseridas, favorecem a rápida transmissão e acesso às informações e, logo, ao conhecimento em si. Assim, é sugestiva a introdução e seu uso no âmbito educacional, uma vez que facilitam o acesso ao conhecimento podendo inclusive, contribuir para preencher lacunas no que diz respeito às dificuldades cognitivas de aprendizagem. Kenski (2003) afirma que de fato as TIC impulsionam novas formas de aprender, visto que

os atributos das novas tecnologias digitais tornam possível o uso das capacidades humanas em processos diferenciados de aprendizagem. A interação proporcionada por *softwares* especiais e pela Internet, por exemplo, permite a articulação das redes pessoais de conhecimentos com objetos técnicos, instituições, pessoas e múltiplas realidades [...] para a construção de espaços de inteligência pessoal e coletiva (KENSKI, 2003, p. 05).

Os educandos estão imersos no mundo digital, seja através de jogos, redes sociais, vídeos ou qualquer outra atividade que lhes desperta curiosidade e proporciona satisfação. Nesta perspectiva, a inserção de aplicativos, *softwares* ou jogos mostra-se uma alternativa promissora quando se trata de incitar a interação e o interesse dos educandos, na tentativa de romper barreiras de aprendizagem e aproximá-los dos conteúdos a serem estudados. No ensino da Matemática é importante que, por intermédio do professor, sejam introduzidas as TIC a fim de assumirem um papel de facilitadoras no processo de ensino e de aprendizagem. Ponte (2003) salienta a relevância de os professores de Matemática, no decorrer de suas aulas, dominarem as ferramentas das TIC, incluindo *softwares* educacionais específicos da sua disciplina ou de educação no âmbito geral.

Pesquisadores da área da Educação Matemática comumente voltam os olhares para investigações que exploram o uso das TIC e suas potencialidades em sala de aula. Há indicativos de resultados positivos, visto que as tecnologias viabilizam a representação e a

rápida visualização de diferentes situações. Este fato proporciona maior reflexão acerca de um problema em suas mais diversas formas, permitindo investigar, descobrir e desmistificar a Matemática. Isso corrobora com o disposto nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) em que se afirma ser “indiscutível a necessidade crescente do uso de computadores pelos alunos como instrumento de aprendizagem escolar, para que possam estar atualizados em relação às novas tecnologias da informação e se instrumentalizarem para as demandas sociais presentes e futuras” (BRASIL, 1998, p. 67).

O uso de tecnologias digitais e o ensino de trigonometria também são mencionados na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que traz nas competências e habilidades do Ensino Médio o uso de tecnologias, como o GeoGebra, para o auxílio na aprendizagem do educando. Em se tratando do conteúdo de trigonometria há menções indicando que o educando deve saber

resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais, [...], e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria. [...] Identificar as características fundamentais das funções seno e cosseno (periodicidade, domínio, imagem), por meio da comparação das representações em ciclos trigonométricos e em planos cartesianos, com ou sem apoio de tecnologias digitais (BRASIL, 2018, p. 529 - 531).

No documento fica clara a consideração acerca do uso de tecnologias em sala de aula. Além disso, de acordo com Lopes (2011), alguns professores, por insegurança, substituem conteúdos como trigonometria, logaritmos e números complexos, por uma revisão de temas já abordados anteriormente, relegando o conteúdo de trigonometria a um segundo plano. É nesse sentido que o uso de *softwares* de geometria dinâmica, como o GeoGebra entram em pauta, sendo relevantes, pela possibilidade de construção de gráficos das funções trigonométricas a partir da visualização das relações no ciclo trigonométrico, permitindo a interação dinâmica e ágil dos estudantes em diferentes situações e favorecendo a visualização das mais diversas formas de representar um objeto matemático. Destaca-se ainda que o uso do aplicativo não deve ser isolado, precisando estar o tempo todo conectado aos conceitos e formalizações matemáticas, nesse caso em específico, conceitos de trigonometria.

Convém ressaltar que, quando se menciona a inserção e o uso de tecnologias em sala de aula, uma das principais maneiras pela qual isso ocorre, baseia-se no desenvolvimento e interação com um objeto de aprendizagem. Os conceitos de objeto de aprendizagem (ou objetos virtuais de aprendizagem) ainda carecem de padronizações, pois alguns autores usam termos distintos, havendo aqueles que consideram objetos de aprendizagem como qualquer material digital.

No presente trabalho, optou-se por considerar a definição de objeto de aprendizagem proposta por Audino e Nascimento, de acordo com a qual “[...] qualquer material digital que possa ser reutilizado para dar suporte ao ensino é considerado um objeto de aprendizagem” (AUDINO; NASCIMENTO, 2010, p. 133). Nesta mesma perspectiva, Kay e Knaack (2008) consideram OVA, quaisquer ferramentas interativas que apoiam o aprendizado de conceitos específicos, incrementando, ampliando ou orientando o processo cognitivo de quem está aprendendo, sendo sua principal função a de auxiliar no estímulo ao desenvolvimento de capacidades pessoais, dentre elas, a imaginação e a criatividade.

Acredita-se que o uso de OVA possa despertar no educando um interesse pela Matemática por permitir a este, ser ativo na construção do conhecimento, pois enquanto interage, manipula e investiga os conceitos, se apropria do objeto em questão. Paralelamente à implementação de novas metodologias de ensino, entra em pauta o estudo e a reflexão crítica acerca das possibilidades envolvidas neste cenário. Ao usar um *software* para o ensino de conceitos de trigonometria, por exemplo, sugere-se averiguar as principais potencialidades do material desenvolvido, de modo a identificar novas aplicações e conceitos subjacentes.

Este exercício, que se baseia no olhar crítico e criativo para um objeto e/ou metodologia de ensino, constitui um exercício de imaginação pedagógica. Segundo Skovsmose (2015), a imaginação pedagógica é um processo de exploração e busca de possibilidades relacionadas a diferentes contextos. O autor elenca como principal objetivo da imaginação pedagógica “desenvolver uma compreensão mais profunda da situação imaginada [...] é por meio desse processo que a situação imaginada se torna fundamentada” (SKOVSMOSE, 2015, p. 79).

Embora o termo “imaginação pedagógica” seja relativamente novo, alguns estudos já vêm sendo desenvolvidos sobre o tema, como o trabalho de Kleemann e Petry (2020), em que é desenvolvida uma proposta metodológica de ensino, visando um trabalho interdisciplinar ao explorar conceitos de Matemática e Física na resolução de situações relacionadas à espelhos esféricos. A proposta apresentada neste trabalho contempla também o desenvolvimento de OVA, e a partir desta, apoiados nas ideias fundamentadas em Skovsmose, os autores desenvolvem um exercício de imaginação pedagógica na busca de identificar possibilidades e potencialidades do material.

Ainda na perspectiva proposta por Skovsmose (2015), considera-se importante estudar situações imaginadas com base nos recursos gerados na situação arranjada, transformando a imaginação em alternativas mais acessíveis para estabelecer novas possibilidades ou formas de

abordagem dos conteúdos a serem trabalhados com os alunos. Este tipo de pesquisa é possível a partir da avaliação das propostas metodológicas, buscando identificar possibilidades e potencialidades que estas podem proporcionar para o ensino.

Milani (2017) apresentou um estudo de imaginação pedagógica, desenvolvido a partir de diálogos e situações vivenciadas por alunos de um curso de formação de professores de Matemática num CCr de Estágio Supervisionado. Neste estudo, propôs ações que auxiliassem os futuros professores em sua atuação profissional, a partir do exercício de imaginação pedagógica. Queiroz (2019) destaca a importância do processo do estudo de possibilidades com a perspectiva de inspirar possíveis ideias pedagógicas para o ensino de conceitos da Matemática. Em seu trabalho, a autora apresenta um exercício de imaginação pedagógica emergido a partir de questionamentos e experiências surgidas em sala de aula, destacando o “intuito de formular ideias educacionais associadas a propostas de mudanças de práticas pedagógicas, utilizando exemplos específicos como ponto de partida” (p. 70).

Biotto Filho, Faustino e Moura (2017) apresentam reflexões sobre os ambientes de aprendizagem, evidenciando a importância de criar cenários de investigação e imaginação, com a finalidade de ampliar as potencialidades de desenvolver conceitos, de forma que “Além das referências à matemática pura, semirrealidade e a realidade que os cenários façam referência às possibilidades, destacando assim situações de aprendizagem que não se referem à realidade de fato, mas que consideram situações que poderiam acontecer” (p. 64). Enfatizam a importância do professor no direcionamento e orientação da investigação, abordando cenários voltados para a ação, convidando os estudantes a agirem sobre a realidade em que vivem.

METODOLOGIA

Este trabalho se caracteriza como uma pesquisa qualitativa propositiva. A caracterização como pesquisa qualitativa se dá por buscar “[...] atingir aspectos do humano sem passar pelos crivos da mensuração, sem partir de métodos previamente definidos e, portanto, sem ficar preso a quantificadores e aos cálculos decorrentes” (BICUDO, 2019, p. 113). De acordo com Bogdan e Biklen, os estudos de natureza qualitativa “devem revelar maior preocupação pelo processo e significado, e não pelas suas causas e efeitos” (BOGDAN; BIKLEN, 1997, p. 209). Além disso, constitui-se em um estudo propositivo, pois neste tipo de pesquisa, o pesquisador “não utiliza dados e fatos empíricos para validar uma tese ou ponto de vista, mas a construção de uma rede de conceitos e argumentos desenvolvidos com rigor e coerência lógica” (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 69).

Recebido em: 08/02/2023

Aceito em: 23/11/2023

O desenvolvimento dos OVA e a elaboração de uma sequência didática para o estudo da trigonometria no Ensino Médio se deu a partir de uma atividade proposta no CCr de Metodologia de Ensino de um curso de Licenciatura em Matemática. A partir da apresentação da sequência didática e do *feedback* dos alunos da turma, passou-se a implementar alguns ajustes nos OVA e desenvolveu-se a pesquisa de possibilidades em um exercício de imaginação pedagógica, na perspectiva proposta por Skovsmose (2015). Considerou-se também neste exercício, alguns apontamentos feitos pelos alunos da turma, além das percepções dos próprios autores da pesquisa. Neste exercício são apontados os principais conceitos e conteúdos relacionados à trigonometria que podem ser abordados a partir da interação dos estudantes do Ensino Médio com os objetos, considerando a sequência didática sugerida e a supervisão do professor como orientador do processo.

Destaca-se que neste exercício de imaginação pedagógica buscou-se verificar a viabilidade e as potencialidades da aplicação da sequência didática com os OVA, gerando a possibilidade de enriquecê-la a partir dos resultados apresentados. Ao final desse exercício, a proposta foi disponibilizada, podendo ser usada pelos professores em formação em sua futura ação docente.

Por se tratar de uma pesquisa qualitativa, optou-se por uma análise textual discursiva (ATD), conforme proposto por Moraes e Galiazzi (2007). A categorização para essa análise se deu a partir dos grupos de OVA elaborados para distintos tópicos relacionados aos objetos de estudos abordados, conforme segue: introdução da trigonometria nos triângulos; ciclo trigonométrico; relações trigonométricas; e funções trigonométricas. Por fim, buscou-se também identificar as percepções de alguns alunos da turma sobre as potencialidades do material apresentado.

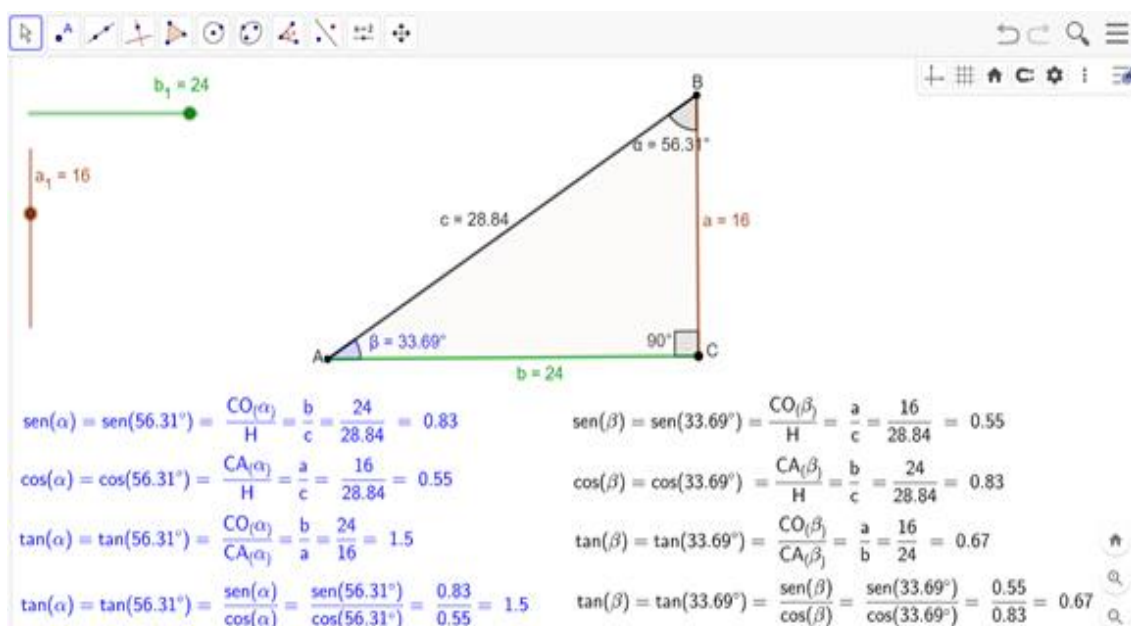
RESULTADOS E ANÁLISE

O GeoGebra é um *software* livre de geometria dinâmica. Tem como característica a possibilidade de movimentar os objetos na tela, permitindo uma grande interação com os mesmos. Para isso, o aplicativo possui ferramentas que proporcionam a construção geométrica de pontos, retas, segmentos, figuras geométricas, funções, entre outros, como por exemplo, a plotagem de gráficos das funções objetos do estudo.

Nesta seção são apresentados os OVA elaborados, com o respectivo exercício de imaginação pedagógica considerando as percepções dos autores, além de algumas contribuições

apontadas por alunos da turma durante a aula do CCr em que os objetos foram apresentados. Esse exercício é feito a partir da categorização estabelecida, que consiste na organização dos OVA, considerando os tópicos de trigonometria de acordo com a sequência didática elaborada. Em cada caso, é feita uma breve descrição dos OVA, seguida da análise de possibilidades e potencialidades de interação e de conceitos que possam ser explorados com o material.

Cada OVA foi projetado com finalidade específica, sendo que os objetos OVA1 e OVA2, referem-se ao primeiro tópico abordado na sequência didática que trata da introdução da trigonometria nos triângulos. O OVA1 foi elaborado a partir de dois controles deslizantes a_1 e b_1 que podem ser acionados de forma independente, alterando os comprimentos dos segmentos a e b , respectivamente, conforme pode ser visualizado na Figura 1, em que é apresentado um *print* desse objeto. O ângulo interno $\hat{A}CB$ do triângulo é reto, de forma que a e b são catetos do triângulo retângulo. Estes controles deslizantes, permitem a interação do educando, visto que seu movimento modifica a medida dos catetos do triângulo retângulo, e como consequência, as medidas dos ângulos internos agudos. A partir dessa manipulação do OVA, alteram-se também os respectivos valores numéricos nas caixas de texto que compõem o objeto.



Fonte: Os autores

Figura 1 - OVA1 - Razões trigonométricas no triângulo retângulo

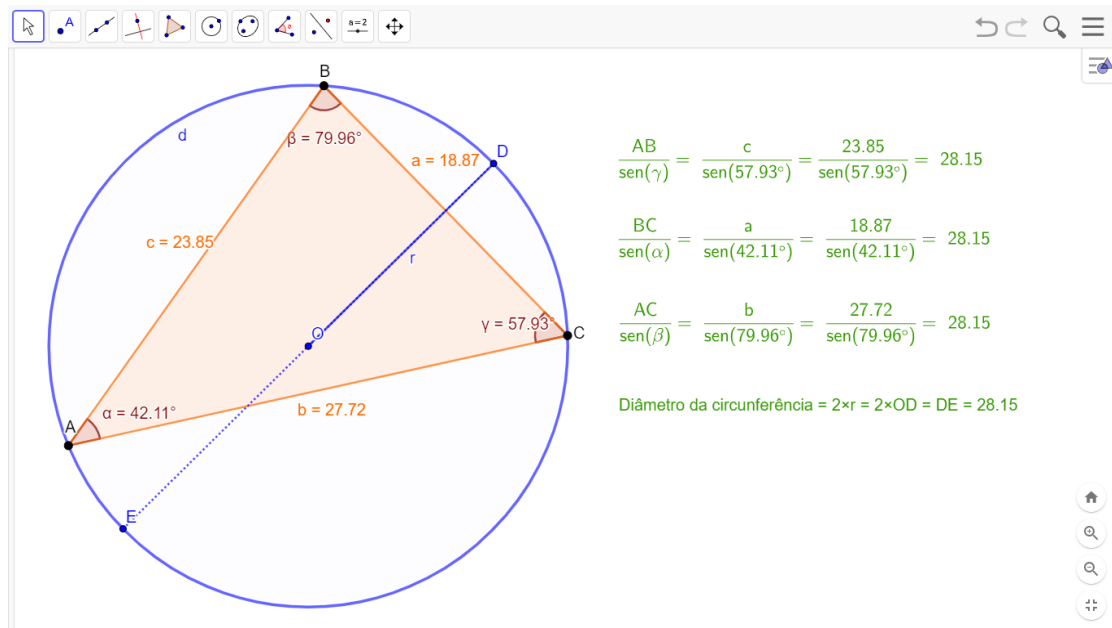
Destaca-se como principal potencialidade desse objeto a possibilidade de visualização das relações trigonométricas no triângulo retângulo, uma vez que é possível perceber as razões entre os lados do triângulo, que se mantém fixas quando os catetos são alterados de forma proporcional, sendo que neste caso, os ângulos mantêm-se inalterados. Já quando se altera os

catetos de forma não proporcional, a razão entre os respectivos lados considerados é alterada, juntamente com o valor dos dois ângulos agudos do triângulo.

Dessa forma é possível explorar com os alunos a percepção de que o valor das razões entre dois lados do triângulo, depende da medida dos ângulos internos, ou seja, cada valor dessa razão está associado a um determinado valor do ângulo. Assim, passa a ter sentido definir por exemplo, a razão entre o cateto oposto ao ângulo α , pela hipotenusa do triângulo, como um número associado a esse ângulo, denotado por $sen(\alpha)$. De forma análoga pode-se fazer as denotações para as demais razões trigonométricas representadas no objeto.

Observando atentamente as implicações que as alterações nos controles deslizantes provocam nos valores das medidas dos segmentos, dos ângulos e das razões que aparecem nas caixas de texto do objeto, o professor pode conduzir as discussões para que os alunos percebam algumas propriedades importantes no estudo da trigonometria, dentre elas, o fato de que, sendo os ângulos α e β complementares, têm-se que $sen(\alpha) = cos(\beta)$ e $cos(\alpha) = sen(\beta)$. Essa visualização, permite por exemplo, que o professor argumente com seus alunos a validade das relações $sen(90^\circ - \alpha) = cos(\alpha)$ e $cos(90^\circ - \alpha) = sen(\alpha)$, qualquer que seja o ângulo α . Também pode ser verificado que a tangente de um ângulo é dada pela razão entre os valores do *seno* e do *coseno* desse mesmo ângulo.

Convém ressaltar que as potencialidades apresentadas, não configuram demonstrações, do ponto de vista formal da Matemática, das situações abordadas, porém, fornecem argumentos convincentes e de fácil compreensão aos alunos, o que contribui para facilitar o entendimento destes em relação aos conceitos abordados. Tendo em vista a dificuldade de muitos educandos em compreender as demonstrações relativas ao estudo da trigonometria, embora se considere a importância de não as omitir durante o ensino deste tópico, o OVA2 foi elaborado objetivando a visualização da lei dos senos, que estabelece que a razão entre os lados de um triângulo qualquer e o *seno* do ângulo oposto a este lado é *constante* e igual ao diâmetro da circunferência circunscrita ao triângulo, conforme ilustrado na Figura 2.



Fonte: Os autores

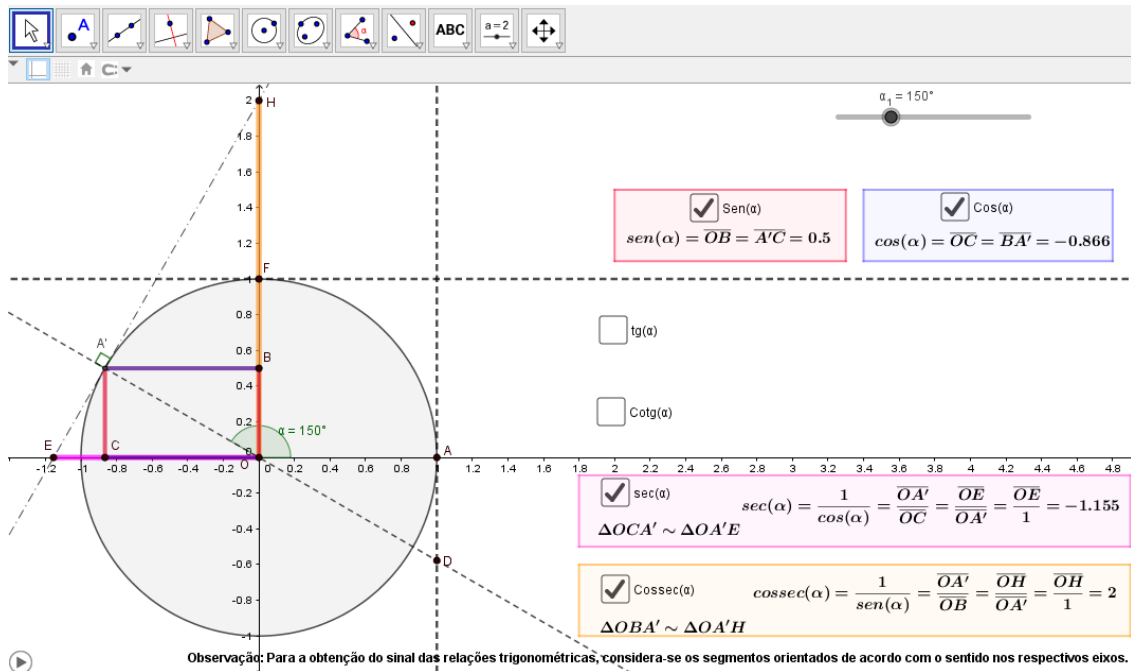
Figura 2 - OVA2 - Lei dos senos

Considerando que sua construção é bastante elementar e traz a possibilidade de exploração/retomada de vários conceitos de geometria, este OVA, na opinião dos proponentes, pode ser construído em sala, junto com os alunos. Sua construção se inicia com a utilização da ferramenta “polígono”, para a construção do triângulo, ao serem marcados três pontos no plano, unidos por segmentos que formam os lados do respectivo triângulo. A possibilidade de movimentar livremente os pontos de forma independente sobre a tela permite obter um triângulo qualquer.

A próxima ação consiste na obtenção de uma circunferência circunscrita ao triângulo, que no *software* é obtida pela ferramenta “círculo definido por três pontos”, sendo estes pontos os vértices do triângulo. Aponta-se a possibilidade de aproveitar o momento para destacar que qualquer triângulo pode ser inscrito ou estar circunscrito a uma circunferência. Para encontrar o centro dessa circunferência, pode-se relembrar o conceito de mediatriz, traçando a reta perpendicular a cada segmento, que passa pelo seu respectivo ponto médio, usando estas ferramentas do *software*. Como o encontro das mediatrizes das arestas de um triângulo se dá em um único ponto, denominado de circuncentro (representado na Figura 2 por *O*), observa-se que este é o centro da circunferência que circunscribe o triângulo. Pela definição, o ponto *O* é equidistante de qualquer ponto da circunferência e conseqüentemente dos vértices do triângulo *ABC*, sendo esta distância, o raio da circunferência, denotado na figura por *r* e seu diâmetro $d = 2r$, conforme usado no OVA mostrado na Figura 2.

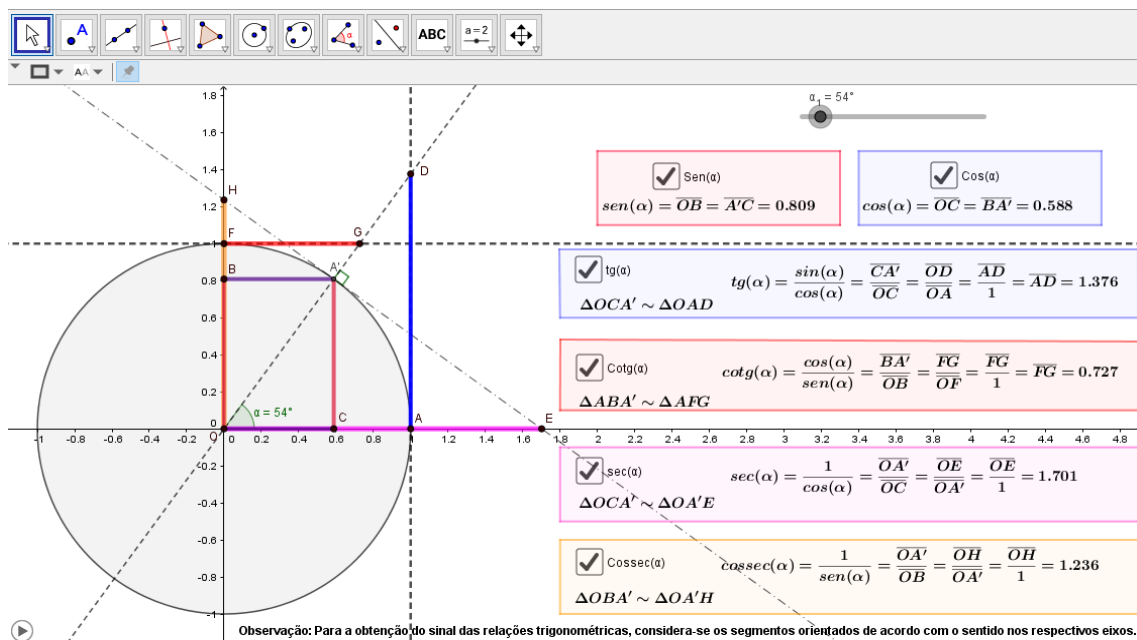
Além da potencialidade destacada anteriormente, proveniente da construção do objeto, a principal finalidade deste OVA é verificar de forma interativa a veracidade da lei dos senos, por ser possível identificar a igualdade das razões: $\frac{AB}{\text{sen}(\gamma)} = \frac{BC}{\text{sen}(\alpha)} = \frac{AC}{\text{sen}(\beta)} = 2r$, onde α , β e γ são os ângulos internos do triângulo nos vértices A , B e C , respectivamente. Esta relação pode ser observada a partir da interação dos educandos com o OVA, pois é possível movimentar os vértices do triângulo na circunferência, ou movimentá-los de forma a mudar a circunferência, alterando as medidas dos lados e ângulos do triângulo, ou a medida do raio r , conseqüentemente, o valor das igualdades obtidas a partir das razões propostas pela lei e que são apresentadas nas caixas de texto contidas na Figura 2. Ainda, os educandos poderão notar que sempre, independente da alteração realizada, estas razões manter-se-ão de fato equivalentes ao valor do diâmetro da circunferência circunscrita ao triângulo.

Para a construção dos conhecimentos iniciais sobre o ciclo trigonométrico e a representação das razões trigonométricas a partir desse ciclo, foi elaborado o OVA3, mostrado nas Figuras 3 e 4. Para interagir com esse OVA basta acionar a animação, de forma que o ângulo α_1 dado no controle deslizante se modifica, alterando da mesma forma o ângulo central $\alpha = \widehat{AOA'}$ do ciclo trigonométrico mostrado no OVA, em que A é o ponto $A(1,0)$ e A' um ponto qualquer sobre a circunferência, que varia de acordo com a variação do ângulo. No ciclo também são representadas as relações trigonométricas *seno*, *coseno*, *tangente*, *secante*, *cossecante* e *cotangente* do ângulo α , dando destaque aos segmentos que representam cada uma dessas relações. Para melhor visualizar essas representações, foi criado um botão para ativar ou desativar cada uma das relações trigonométricas representadas neste OVA, conforme pode ser verificado ao comparar as Figuras 3 e 4.



Fonte: Os autores

Figura 3 - OVA3 – Ciclo e razões trigonométricas (primeiro print)



Fonte: Os autores

Figura 4 - OVA3 – Ciclo e razões trigonométricas (segundo print)

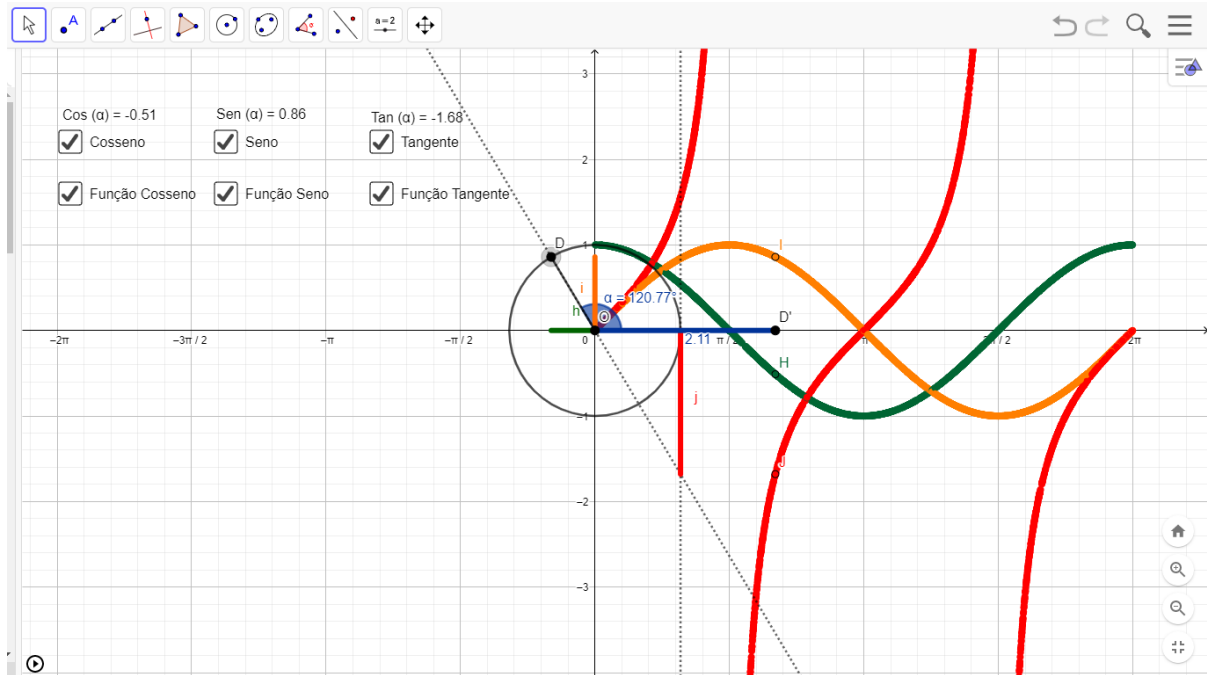
Ao ativar a relação da *tangente*, por exemplo, exibe-se uma caixa de texto em que são mostrados os triângulos semelhantes a serem observados e as razões entre seus lados que levam à conclusão de que essa grandeza pode ser representada pelo segmento AD do ciclo trigonométrico, juntamente com a exibição do valor numérico do seu comprimento, que vai se alterando de acordo com a alteração do ângulo.

Considera-se importante, ao trabalhar com esse OVA, que o professor dê destaque ao sinal da *tangente*, de acordo com a orientação do segmento, isto é, observar em qual lado dos eixos coordenados o segmento se encontra, visto que o comprimento do segmento é por definição um valor positivo. Ainda, ao ativar o botão da *tangente*, ativa-se no ciclo trigonométrico um destaque para o segmento AD, o que facilita a visualização da relação do valor numérico da *tangente* com o comprimento desse segmento, considerando a devida orientação. Processo análogo ocorre para as demais relações trigonométricas representadas nesse OVA. A opção de ativar e desativar cada uma das relações foi incluída com a finalidade de proporcionar a possibilidade de visualização destas separadamente, o que permite focar a atenção dos alunos para a observação de elementos específicos (segmentos ou triângulos) no ciclo, de forma a perceber com maior clareza as razões envolvidas, mas, permitir também que após a compreensão de cada uma das relações, ele possa visualizá-las de forma conjunta no ciclo trigonométrico.

A interação com esse OVA possibilita ainda a visualização de que quando o valor de α chega à 360° , o ponto A' percorreu uma volta inteira, no sentido anti-horário sobre o ciclo trigonométrico e que a partir desse momento, os valores das razões trigonométricas se repetem. Isso permite observar que fixando qualquer valor α_0 para o ângulo, tem-se que $\text{sen}(\alpha_0 + 360^\circ) = \text{sen}(\alpha_0)$, e o mesmo ocorrendo para as demais razões trigonométricas representadas no objeto. Essa percepção mostra também a possibilidade de usar o OVA para introduzir conceitos relacionados à periodicidade, alertando que no caso das relações *tangente* e *cotangente* é possível identificar como menor período, o valor de 180° . Sugere-se que este conceito seja formalizado no estudo das funções trigonométricas (que serão tratadas no OVA4) de forma a trabalhar a periodicidade das funções trigonométricas. Ainda como potencial do OVA3, destaca-se a possibilidade de verificar de forma geométrica e a partir da noção intuitiva de limite, os valores de α para os quais determinadas relações trigonométricas não estão definidas, seja pelo fato de não haver a interseção entre retas paralelas (não formando os triângulos a serem observados), ou pela impossibilidade de divisão por zero, visto que quando o ângulo se aproxima desses valores, o comprimento do segmento que está no denominador da razão entre segmentos se aproxima de zero e o segmento que representa a respectiva relação trigonométrica (o segmento em destaque no ciclo trigonométrico para esta relação), tende a infinito.

Para dar continuidade ao estudo relacionado à trigonometria, de acordo com a sequência didática elaborada, propõe-se o OVA4, que tem um *print* mostrado na Figura 5. Nele é possível

observar o ponto D que pode ser movimentado ao longo do ciclo, delimitando arcos (e seus respectivos ângulos centrais) diferentes conforme sua trajetória, determinando os valores do *seno*, *coosseno* e *tangente* de um ângulo, cujas representações são feitas nas cores laranja, verde e vermelho, respectivamente.



Fonte: Os autores

Figura 5 - OVA 4 - Ciclo Trigonométrico e funções seno, cosseno e tangente

Simultaneamente a representação dos valores no ciclo trigonométrico, neste OVA é possível observar a relação entre o ângulo e o valor do seno, do cosseno e da tangente desse ângulo, sendo representado na forma de funções, cujos gráficos são “desenhados” ao ativar o rastro dos pontos I , H e J , respectivamente. Destaca-se a importância de no momento do uso desse material em sala de aula, o professor orientar os alunos para observarem que na definição das funções, considera-se como variável independente o valor do ângulo e como variável dependente o valor da razão trigonométrica correspondente. Assim, a função $y = f_1(x) = \text{sen}(x)$, tem a representação geométrica dada pelo gráfico cujos pontos têm como abscissa o valor do ângulo (no caso do OVA4, medido em radianos) e como ordenada o valor do *seno* desse ângulo, que corresponde ao comprimento do segmento i , com o sinal definido de acordo com a orientação do segmento.

Acredita-se que a interação com o OVA anterior e a compreensão das respectivas relações trigonométricas favorece o entendimento dos conceitos relacionados às funções trigonométricas trabalhados no OVA4. De forma análoga, a função $y = f_2(x) = \text{cos}(x)$, tem representação

gráfica dada pelos pontos cujas ordenadas correspondem aos valores do *cosseño* atribuídos aos ângulos (abscissas), tendo seu valor representado pelo comprimento do segmento h , considerada a sua orientação. Situação análoga pode ser observada para a construção da função *tangente*. Seguindo as mesmas ideias, é possível elaborar OVA para a representação das demais funções trigonométricas. Novamente, neste OVA, é possível usar os botões construídos para ativar ou desativar a exibição de cada uma das funções representadas, permitindo verificar isoladamente o comportamento de cada função. O professor pode também usar o objeto para identificar com os alunos as restrições no domínio (no caso da função *tangente*), a imagem e a periodicidade de cada função.

Além de todas as possibilidades já citadas, pode-se também explorar a variação do segmento OD' sobre o eixo x , que corresponde ao comprimento igual ao valor do ângulo em radianos, e conseqüentemente, do arco determinado pelo deslocamento do ponto D sobre o ciclo, partindo do ponto $A(1,0)$. Nota-se que enquanto o ponto D percorre o ciclo trigonométrico formando um arco, o ponto D' percorre, a partir de O uma distância igual ao comprimento do arco de A até D' , porém movimentando-se horizontalmente sobre o eixo das abscissas, permitindo que o educando relacione a variação do ângulo (e do arco) com a variação no valor de x . Ainda, o fato de D' estar sempre deslocando-se de forma a ser a projeção ortogonal de I , J e H sobre o eixo das abscissas, possibilita compreender que estes pontos têm mesma abscissa, sendo a ordenada, por sua vez, diferente para cada ponto, pois representa o valor do *seno*, *cosseño* e *tangente*, respectivamente, correspondente a cada abscissa, ou melhor, a cada ângulo em questão.

Para finalizar a análise das possibilidades e potencialidades do uso dos OVA para o ensino de trigonometria, buscou-se conhecer as percepções de alunos da turma do CCr de Metodologia de ensino, em que a atividade foi proposta e apresentada. Essas concepções foram obtidas por meio de manifestações por escrito de alguns dos estudantes da turma, ao serem convidados a avaliar as atividades desenvolvidas. Considerando que o trabalho aqui apresentado se refere a uma de várias atividades desenvolvidas no CCr, são usadas apenas as manifestações relacionadas especificamente à proposta aqui apresentada, e, no caso de manifestações mais gerais, apenas aquelas que também envolveram a referida proposta. De acordo com um dos alunos do CCr, *“a construção dos OVA aliados a elaboração da sequência didática constituiu-se numa experiência extremamente significativa, pois possibilitou aos licenciandos ter uma prévia do que é de fato ser professor e planejar uma aula considerando outros aspectos além do ensino tradicional, visto que o uso e desenvolvimento de materiais, como os OVA, permitem*

Recebido em: 08/02/2023

Aceito em: 23/11/2023

uma nova abordagem dos conteúdos. Ainda, possibilitam que a construção possa ser em conjunto com os alunos dando a oportunidade de construir e manipular os materiais”.

Evidenciou-se também a importância de *“dominar as tecnologias para que seja possível inseri-las durante o ensino, neste caso, da trigonometria”*. Contudo, além do domínio das tecnologias, foi importante também uma reflexão acerca do objetivo a ser atingido, tendo o cuidado para que a utilização dos OVA não desfocasse do principal intuito, o da construção do conhecimento sobre trigonometria.

Considerando que outra proposta do CCr consistiu em desenvolver uma aula a partir da sequência didática e dos OVA elaborados, na visão de um dos alunos autores dos referidos OVA, *“foi possível sentir-se na postura de professor ao conduzir as atividades e ainda, mesmo que num contexto remoto, identificar a compreensão e admiração dos colegas da disciplina no decorrer do processo. A experiência vivenciada durante a proposta dos OVA na atividade corroborou com os bons resultados que os objetos têm apresentado”*.

Sobre a importância da inserção das tecnologias em sala durante o ensino da Matemática, um dos alunos afirma que *“a utilização de objetos virtuais de aprendizagem (OVA) para o ensino de trigonometria constituem um importante auxílio no processo de ensino, contribuindo para a participação dos alunos, permitindo a visualização do que está sendo estudado e estimulando o desenvolvimento da imaginação e criatividade. O desenvolvimento desses objetos representa a utilização de tecnologias nos processos de ensino, no contexto de desenvolvimento tecnológico que vivemos, a educação, princípio norteador do ser humano, não pode ficar de fora desse processo visto que é muito grande o leque de contribuição das tecnologias no processo ensino-aprendizagem”*. Outro aluno destaca que *“a tecnologia vem ao longo dos últimos anos em forte crescente e nossos alunos estão inseridos diretamente nesse meio, os objetos virtuais de aprendizagem (OVA) vêm ao encontro a esse novo cenário que estamos vivendo, fazendo com que os alunos ao manipularem este material vejam o real sentido da Matemática. E nós como futuros professores precisamos quebrar esse medo de trazer algo novo para a sala de aula, pois é isso que gerará conhecimento de verdade. Pensando enquanto aluno, ter contato com esses OVA, fez com que abrisse ainda mais o leque de opções para se ensinar, pois assim como a tecnologia vem evoluindo a educação também precisa evoluir e nós somos responsáveis diretos por isso”*.

Observa-se que na percepção dos alunos (professores em formação), as atividades propostas durante este CCr, em particular, a proposição e apresentação da sequência didática

desenvolvida a partir da elaboração dos OVA para o estudo de trigonometria, constituíram uma experiência importante para a formação do futuro professor de Matemática. Destaca-se importância de o licenciando ter oportunidades de imaginar-se como docente e, neste contexto, desenvolver materiais e experimentar metodologias de ensino que favoreçam uma aprendizagem matemática significativa. Considera-se igualmente importante o desenvolvimento de exercícios de imaginação pedagógica a partir dos materiais elaborados, com vistas a identificar suas potencialidades e possibilidades, visando melhor aproveitamento do referido material, quando utilizado em sala de aula.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir desse estudo de possibilidades emergidas do exercício de imaginação pedagógica é plausível afirmar que o uso de tecnologias tem muito a agregar no ensino da Matemática. Para ter êxito nesta tarefa, porém, é indispensável que as atividades sejam pensadas, inseridas e exploradas de forma coerente, segura, objetiva e significativa, visando sempre a construção e compreensão, por parte do educando, dos conceitos matemáticos a serem trabalhados.

Apesar das possibilidades apresentadas para o uso do GeoGebra ou outros *softwares* dinâmicos, observa-se nos contatos com os professores de escolas que existem inúmeros desafios, dificuldades e barreiras que ainda trazem resistência para sua inserção nas aulas de Matemática. Assim, reforça-se a necessidade do desenvolvimento e da disponibilização de OVA aos professores, principalmente aqueles que requerem um conhecimento mais aprofundado dos *softwares*, de forma a minimizar as dificuldades apresentadas pelos professores, proporcionando a estes, condições de usá-los com seus alunos em suas aulas. A universidade é um espaço propício para esse desenvolvimento, principalmente quando isso ocorre de forma integrada entre professores pesquisadores e professores em formação, como é o caso dos cursos de licenciatura, ou ainda, em programas de pós-graduação voltados para profissionais dessa área. Entende-se que o trabalho aqui apresentado contribui com essa necessidade, na medida em que foram elaborados e disponibilizados os OVA, mas principalmente por estes estarem acompanhados de um exercício de imaginação pedagógica, apontando algumas possibilidades e potencialidades para o uso do material desenvolvido.

Ao propor a utilização do *software* GeoGebra para a elaboração dos OVA, visando trabalhar os conteúdos de trigonometria para o Ensino Médio e a apresentação de uma sequência didática elaborada usando estes objetos em um CCr de um curso de formação de professores foi possível perceber que de fato as TIC, em especial o GeoGebra permite de forma rápida e

ágil fazer as mais diversas representações de um mesmo objeto matemático, em especial, as representações geométricas, algébricas e numéricas

Por fim, avalia-se que o *software* GeoGebra é uma importante ferramenta para o preparo e exploração de OVA, mostrando-se uma alternativa válida para o desenvolvimento de atividades que envolvam TIC no estudo da trigonometria, sendo muito útil também para outros tópicos da Matemática. Igualmente, considera-se que OVA desenvolvidos neste *software* constituem-se como importantes elementos auxiliares no processo de aprendizagem de conteúdos da Matemática, podendo contribuir na motivação e interação dos alunos. Entende-se, no entanto, ser necessária a ação do professor para conduzir os processos de complementação através de sistematizações e da formalização dos conceitos neles abordados.

REFERÊNCIAS

- ALVES, Cristiane da Cunha; Heckler, Valmir. TDIC na Formação de Professores em Ciências e Matemática: interlocuções com estudos brasileiros. **Revista Insignare Scientia**, 2(1), p. 1-25, 2018.
- AUDINO, Daniel Fagundes; NASCIMENTO, Rosemy da Silva. Objetos de aprendizagem – diálogos entre conceitos e uma nova proposição aplicada à educação. **Revista Contemporânea de Educação**, 10(5), p. 128-148, 2010.
- BRASIL. **Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/UNDIME, 2018.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Orientações didáticas. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- FILHO, Denival Biotto; FAUSTINO, Ana Carolina; MOURA, Amanda Queiroz. Cenários para Investigação, Imaginação e Ação. **RPEM**, 12(6), p. 64 – 80, 2017.
- KAY, Robin Holding; KNAACK, Liesel. Evaluating the learning in learning objects. **Open Learning: The Journal of Open and Distance Education**. 22(1), p. 5-28, 2008.
- KENSKI, Vani Moreira. Aprendizagem Mediada pela Tecnologia. **Revista Diálogo Educacional**, 10(4), p. 47-56, 2003.
- KLEEMANN, Robson, PETRY, Vitor José. Desenvolvimento de um Exercício de Imaginação Pedagógica a partir de uma Proposta Metodológica Interdisciplinar. **Investigações Em Ensino De Ciências**, 25(3), 232-251, 2020.

LOPES, Maria Maroni. **Contribuições do *software* geogebra no ensino e aprendizagem de trigonometria.** In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (XIII CIAEM-IACME), Recife, 2011, p. 1- 12.

MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. **Análise textual discursiva.** Ijuí: Unijuí, 2007.

MILANI, Raquel. “Sim, Eu Ouvi o que Eles Disseram”: o Diálogo como Movimento de Ir até Onde o Outro Está. **Bolema**, 57(31), p. 35 – 52, 2021.

OLIVEIRA, Cláudio de; MOURA, Samuel Pedrosa; SOUSA, Edinaldo Ribeiro de. TIC’S na educação: a utilização das tecnologias da informação e comunicação na aprendizagem do aluno. **Pedagogia em Ação**, 7(1), p. 1 – 21, 2015.

PONTE, João Pedro da. Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal. **Investigar em Educação**, 2, p. 93-169, 2003.

QUEIROZ, Maria Rachel Pinheiro Pessoa Pinto de. Caracterizando e Analisando Insubordinações Criativas e Reativas em Designs Educacionais e Ambientes de Aprendizagem. **RIPEM**, 9(3), p. 68 – 83, 2019.

SKOVSMOSE, Ole. Pesquisando o que não é, mas poderia ser. In: D´Ambrosio, B.S., Lopes, C. E. (Orgs.). **Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática.** (p. 63-90). Campinas, Mercado das Letras, 2015.

VARGAS, Rosana Souza de; ARAÚJO, Maria Cristina Pansera de. A construção de um novo paradigma educacional e sua relação com as tecnologias de informação e comunicação. **Revista Insignare Scientia**, 3(1), p. 1-22, 2020.