

## **Grandeza Volume na Educação Básica: uma experiência com estudantes do 3º ano do Ensino Médio**

*Greatness volume in basic education: an experience with students of the 3rd year of high school*

*Volumen de grandeza en la educación básica: una experiencia con estudiantes del 3º año de secundaria*

**Ivonete Pereira Amador** (ivoneteamador@yahoo.com.br)

Universidade Franciscana- UFN- Santa Maria, Brasil.

**Juliana Gabriele Kiefer** (juliana\_kiefer@hotmail.com)

Universidade Franciscana- UFN- Santa Maria, Brasil.

**Larry Tonny Efeson Alves de Almeida** (larry.mat@uerr.edu.br)

Universidade Franciscana- UFN- Santa Maria, Brasil.

**José Carlos Pinto Leivas** (leivasjc@ufn.edu.br)

Universidade Franciscana- UFN- Santa Maria, Brasil.

### **Resumo:**

O objetivo deste artigo foi identificar como estudantes do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola estadual, na cidade de Cachoeira do Sul/RS, resolvem questões envolvendo o conceito de volume. Para tanto, adotou-se princípios de uma pesquisa qualitativa, cuja produção de dados ocorreu por meio das respostas dos estudantes obtidas a partir de um formulário *online*, composto por três questões que buscaram investigar alguns aspectos relacionados ao conceito de volume, como, por exemplo, relações entre sólidos, capacidade, princípio de Arquimedes, entre outros. A proposta da atividade surgiu durante o desenvolvimento da disciplina de Geometria ofertada em um curso de Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática. A atividade foi desenvolvida nas turmas em que a primeira autora é docente. A análise de conteúdo realizada considera registros de representação semiótica mobilizados pelos estudantes que participaram da investigação. Os resultados apontaram que, nas duas primeiras questões, menos de 20% conseguiram definir adequadamente os conceitos propostos em cada atividade e, na terceira questão, 36% dos alunos apresentaram um conhecimento adequado. Apesar de os alunos estarem concluindo o Ensino Médio, percebeu-se que, em média, 57,6% dos estudantes não atingiram o objetivo, apresentando conhecimento inadequado, o que aponta para a pertinência de retomar a abordagem de tais conceitos.

**Palavras-chave:** Geometria Espacial; Grandezas e Medidas; Educação Básica.

### **Abstract:**

Recebido em: 21/04/2022

Aceito em: 01/11/2022

The objective of this article was to analyze identify how students from a third year of high school at a state school in the city of Cachoeira do Sul/RS solve questions involving the concept of volume. In order to, principles of qualitative research are adopted, whose data production took place through the answers obtained by students from an online form, composed of three questions that sought to investigate some aspects related to the concept of volume, such as, for example, relations between solids, capacity, Archimedes principle, among others. The activity proposal emerged during a Geometry discipline toffered in a doctoral course in Science and Mathematics Teaching. The activity was developed in classes where the first author is a teacher. The content analysis performed considers records of semiotic representation mobilized by the students who participated in the investigation. The results showed that, in the first two questions, less than 20% were able to adequately define the concepts proposed in each activity and, in the third question, 36% of the students had adequate knowledge. Although the students are completing high school, it was noticed that, on average, 57.6% of the students did not reach the objective, presenting inadequate knowledge, which points to the pertinence of resuming such concepts.

**Keywords:** Spatial Geometry; Quantities and Measures; Basic Education

#### **Resumen:**

El objetivo de este artículo fue investigar cómo los alumnos de tercer año de la enseñanza media de una escuela pública del municipio de Cachoeira do Sul/RS resuelven cuestiones que involucran el concepto de volumen. Para ello, se adoptan principios de investigación cualitativa, cuya producción de datos se dio a través de las respuestas obtenidas por los estudiantes de un formulario en línea, compuesto por tres preguntas que buscaban indagar algunos aspectos relacionados con el concepto de volumen, como por ejemplo, relaciones entre sólidos, capacidad, principio de Arquímedes, entre otros. La propuesta de actividad surgió durante la disciplina de Geometría ofrecida en un curso de doctorado en Enseñanza de las Ciencias y las Matemáticas. La actividad se desarrolló en clases donde el primer autor es docente. El análisis de contenido realizado considera registros de representación semiótica movilizados por los estudiantes que participaron de la investigación. Los resultados mostraron que, en las dos primeras preguntas, menos del 20 % logró definir adecuadamente los conceptos propuestos en cada actividad y, en la tercera pregunta, el 36 % de los estudiantes tuvo un conocimiento adecuado. A pesar de que los alumnos están finalizando la enseñanza media, se percibió que, en promedio, 57,6% de los alumnos no alcanzaron el objetivo, presentando conocimientos inadecuados, lo que apunta a la pertinencia de retomar tales conceptos.

**Palabras-clave:** Geometría Espacial; Cantidades y Medidas; Educación Básica.

## **INTRODUÇÃO**

O presente artigo apresenta um relato de experiência que teve como temática principal o conceito de volume. A atividade foi realizada em uma escola pública na

*Recebido em: 21/04/2022*

*Aceito em: 01/11/2022*

região central do estado do Rio Grande do Sul/RS, no ano de 2021, desenvolvida com turmas de estudantes do terceiro ano do Ensino Médio, nas quais a primeira autora era professora titular. A proposta da atividade surgiu após uma aula da disciplina de Geometria vinculada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (Doutorado) da Universidade Franciscana de Santa Maria/RS. Teve o objetivo de identificar como estudantes do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola estadual, na cidade de Cachoeira do Sul/RS, resolvem questões envolvendo o conceito de volume.

O conceito de volume, assim como o de comprimento, de área e de ângulo, é denominado grandezas geométricas e, desde os primórdios, estiveram envolvidos com o saber geométrico (LIMA; CARVALHO, 2010). Em relação ao conhecimento matemático, presente em vários campos científicos, é uma parte significativa de saberes vinculados à Geometria, a mais antiga forma de expressão humana ligada à Matemática. Com a necessidade do homem em medir e obter formas geométricas à sua volta fez surgir o interesse pelo uso do espaço e a utilização dessas formas com grande extensão de variedade e riqueza.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), os conceitos geométricos fazem parte do currículo de Matemática no Ensino Fundamental e devem ser estudados de forma a garantir o acesso a este conhecimento (BRASIL, 1998). Conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no Ensino Fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. A geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente.

A Base Nacional Curricular Comum (BNCC) (BRASIL, 2018), na área de Matemática e suas Tecnologias propõe a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental. Para tanto, propõe colocar em jogo, de modo mais inter-relacionado, os conhecimentos já explorados na etapa anterior, a fim de possibilitar que os estudantes construam uma visão mais integrada da Matemática, ainda na perspectiva de sua aplicação à realidade. De acordo com a BNCC ((BRASIL, 2018), o estudo das grandezas geométricas no Ensino

*Recebido em: 21/04/2022*

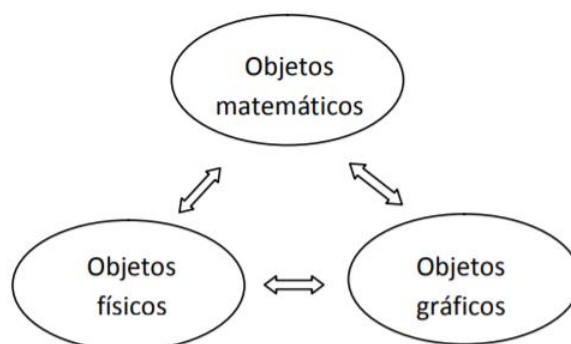
*Aceito em: 01/11/2022*

Fundamental tem sido incluído, em sua maioria, na unidade temática das Grandezas e Medidas e no Ensino Médio, em Geometria e Medidas.

## GRANDEZAS GEOMÉTRICAS

As Grandezas Geométricas possuem fundamental importância na Educação Básica, seja pela presença nas práticas sociais, conexões com outras disciplinas ou, ainda com a articulação interna com outros campos da Matemática (LIMA; BELLEMAIN, 2010, BELLEMAIN; BIBIANO; SOUZA, 2018). Por exemplo, elas podem promover a ligação entre os campos da Geometria e das Grandezas. Há conceitos de Geometria que não intervêm necessariamente nas grandezas geométricas (paralelismo entre retas, polígonos, etc.), como também há grandezas que não são geométricas, como, por exemplo, massa, temperatura, duração de intervalo de tempo, valor monetário, etc. (LIMA; CARVALHO, 2010).

De acordo com Lima e Bellemain (2010), no estudo da Geometria e das Grandezas Geométricas, é preciso valorizar experiências de visualização e de manipulação de objetos do mundo físico, a exemplo das atividades que envolvem desenhos ou imagens (representações gráficas). Entretanto, é necessário também que, de forma simultânea e progressiva, os conceitos matemáticos associados a esses objetos e as relações entre eles sejam ensinados (Figura 1).



**Figura 1-** Objetos físicos, gráficos e matemáticos

**Fonte:** Lima e Carvalho (2010, p.138).

Os conceitos matemáticos e suas relações nos fornecem modelos abstratos de objetos do mundo físico ou de representações gráficas de objetos físicos. Esses

*Recebido em: 21/04/2022*

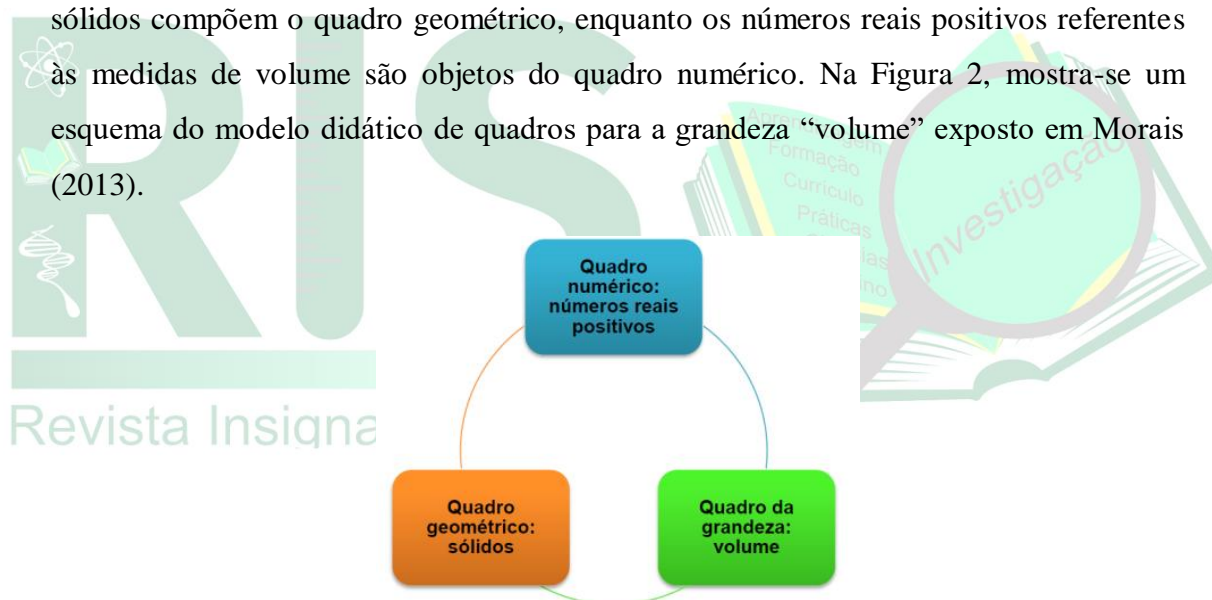
*Aceito em: 01/11/2022*



modelos, que são objetos matemáticos, fazem parte do conhecimento matemático. Por exemplo, uma caixa de madeira é um objeto físico. Ao associarmos seu desenho, apresentamos o objeto gráfico, enquanto o sólido/superfície (paralelepípedo retângulo) é o objeto matemático.

Molski, Franzin, Santos e Stracke (2020), ao abordarem a educação de surdos no que diz respeito à Geometria Plana e Espacial, reafirmam a importância do apelo visual e, para isso, criam um recurso da *web* explorando tal habilidade. Recurso dessa natureza não só são relevantes para o surdo como para os estudantes em geral, o que vai ao encontro do presente trabalho exploratório proposto no artigo.

O sólido possui diferentes grandezas<sup>1</sup> associadas a ele, como, por exemplo, seu volume. Neste estudo, considera-se o volume como objeto do quadro<sup>2</sup> das grandezas. Os sólidos compõem o quadro geométrico, enquanto os números reais positivos referentes às medidas de volume são objetos do quadro numérico. Na Figura 2, mostra-se um esquema do modelo didático de quadros para a grandeza “volume” exposto em Morais (2013).



**Figura 2-** Esquema do modelo didático de quadros para volume.

**Fonte:** Morais (2013, p. 32).

Quanto ao jogo de quadros, Figueiredo, Bellemain e Teles (2014, p. 1175) consideram alguns aspectos para a grandeza volume:

<sup>1</sup> Entende-se “[...] grandeza enquanto um **atributo**, uma qualidade de um objeto ou de um fenômeno que pode ser comparado e quantificado. [...] Por exemplo, uma caixa pode ser observada com relação a diferentes grandezas, como o comprimento da sua altura, sua massa, ou seu volume, entre outras.” (FERREIRA, 2018, p. 37, grifo nosso)

<sup>2</sup> A noção de quadro é parte da Teoria de Jogos de Quadros e Dialética Instrumento Objeto proposta por Douady (1989). Intervém na constituição de um quadro os objetos de um ramo da Matemática, as relações entre esses objetos, as diferentes maneiras de representar esses objetos e relações bem como as imagens mentais que os sujeitos associam num dado momento, a esses objetos e relações (MORAIS, BELLEMAIN, LIMA, 2014).

**Recebido em:** 21/04/2022

**Aceito em:** 01/11/2022

[...] sólidos diferentes podem ser equivalentes em relação ao volume, o que leva à necessidade de distinguir o sólido e seu volume. Do mesmo modo, a mudança de unidade de volume provoca mudança na medida do volume, mas não no volume enquanto uma grandeza, o que justifica a necessidade de distinguir volume (que no nosso marco teórico é a grandeza) e medida de volume (que na nossa base teórica é um número). O par número/unidade é uma maneira de expressar o volume como grandeza (FIGUEIREDO; BELLEMAIN; TELES, 2014, p. 1175).

Na seção seguinte, abordar-se-ão alguns pressupostos teóricos, bem como, um olhar para o que é proposto na BNCC, ao longo da Educação Básica, sobre o conceito de volume. Em seguida, expõem-se aspectos metodológicos quanto à experiência realizada com turmas de estudantes do 3º ano do Ensino Médio por meio da aplicação de um formulário *online*, nas quais a primeira autora deste artigo é docente. Por fim, apresentam-se os resultados e discussões, bem como as considerações finais deste estudo.

### **VOLUME COMO GRANDEZA: UM OLHAR PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA**

A BNCC, documento que define o conjunto organizado de aprendizagens essenciais que os alunos devem desenvolver durante a sua trajetória na Educação Básica, evidencia a importância do conhecimento matemático para a formação integral do ser humano. Nesse sentido, quanto aos aspectos relativos à grandeza volume, Figueiredo, Bellemain e Teles (2014, p. 1173) apontam “[...] a necessidade do uso social gera a responsabilidade da escola em explorá-los desde o ingresso nos Anos Iniciais [do Ensino Fundamental], para possibilitar a consolidação das habilidades e das competências do aluno a respeito deste conteúdo no Ensino Médio.”

A BNCC (BRASIL, 2018) indica que a noção de volume já deve ser explorada nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, de modo mais específico no 5º ano, por meio da habilidade EF05MA21<sup>3</sup> (Figura 3).

<sup>3</sup> A notação destacada no código EF05MA21 refere-se ao ano escolar em que a habilidade deve ser abordada, ou seja, 05 ao 5º ano do Ensino Fundamental, 06 ao 6º ano e assim por diante.

Recebido em: 21/04/2022

Aceito em: 01/11/2022

	Objeto do conhecimento	Habilidades
GRANDEZAS E MEDIDAS	Noção de <b>volume</b>	(EF05MA21) Reconhecer <b>volume</b> como grandeza associada a sólidos geométricos e medir volumes por meio de empilhamento de cubos, utilizando, preferencialmente, objetos concretos.
	Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e <b>volume</b>	(EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e <b>volume</b> (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento
	Cálculo de <b>volume</b> de blocos retangulares, utilizando unidades de medida convencionais mais usuais	(EF07MA30) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida do <b>volume</b> de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).
	<b>Volume</b> de bloco retangular Medidas de capacidade	(EF08MA20) Reconhecer a relação entre um litro e um decímetro cúbico e a relação entre litro e metro cúbico, para resolver problemas de cálculo de capacidade de recipientes. (EF08MA21) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo do <b>volume</b> de recipiente cujo formato é o de um bloco retangular.
	<b>Volume</b> de prismas e cilindros	(EF09MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de <b>volumes</b> de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas.

**Figura 3-** Volume nos Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental.

**Fonte:** Organizado pelos autores a partir da BNCC (BRASIL, 2018).

Observa-se, na Figura 3, que o conceito de volume é proposto, também, nos quatro adiantamentos dos Anos Finais do Ensino Fundamental com, pelo menos, uma habilidade em cada. A maioria delas está relacionada com “resolver e elaborar problemas” e o documento propõe que estas estejam inseridas em situações contextualizadas. Verifica-se, também, em termos de sólidos geométricos a serem explorados: blocos retangulares no 6º, 7º e 8º anos; prismas e cilindros no 9º ano. Outro aspecto que pode ser evidenciado trata-se da relação entre volume e capacidade, no 8º ano.

Na Matemática desenvolvida no Ensino Médio<sup>4</sup>, é proposta “[...] a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental.” (BRASIL, 2018, p. 527). O documento ressalta a importância da necessidade de “[...] proporcionar aos estudantes a visão de que ela não é um conjunto de regras e técnicas, mas faz parte de nossa cultura e de nossa história” (BRASIL, 2018 p. 522). Além disso, as medidas quantificam grandezas do mundo físico e são fundamentais para a compreensão da realidade.

Na Figura 4, mostram-se as habilidades do Ensino Médio que estão relacionadas ao conceito de volume. Cabe destacar que, por exemplo, a habilidade EM13MAT201

<sup>4</sup> Inserida na área Matemática e suas tecnologias.

Recebido em: 21/04/2022

Aceito em: 01/11/2022

está relacionada à competência específica 2, o que é identificado no primeiro algarismo após a sigla MAT. Assim, observam-se três habilidades, relacionadas também com três competências específicas.

Habilidades	
GEOMETRIA E MEDIDAS	(EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de <b>volume</b> , de capacidade ou de massa.
	(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de <b>volumes</b> de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
	(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do <b>volume</b> de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do <b>volume</b> dessas figuras.

**Figura 4-** Volume no Ensino Médio conforme a BNCC.

**Fonte:** Organizado pelos autores a partir da BNCC (BRASIL, 2018).

O estudo da grandeza volume, como parte integrante do conjunto de objetos matemáticos para o Ensino Médio, atende ao corpo de competências e habilidades previstas para essa etapa da Educação Básica. Vale ressaltar que, para essa etapa, deve-se proporcionar ao aluno a capacidade de resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de figuras espaciais, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas, demonstrando, por meio de experimentos, os procedimentos que facilitam a conceituação do volume e os caminhos para a resolução dos problemas geométricos com enfoque nesse conceito.

Cabe ressaltar, ainda, que, entre as competências elencadas na BNCC/Ensino Médio, destaca-se a necessidade de se “Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.” (BRASIL, 2018, p.531).

Nessa perspectiva, a pesquisa desenvolvida tratou de valorizar e compreender os diferentes registros tratados pelos alunos durante o processo de compreensão e resolução dos problemas propostos na investigação. Duval (2003, p.12) destaca a necessidade de uma abordagem cognitiva para a compreensão matemática do aluno, em que ele possa “[...] compreender, efetuar e controlar ele próprio a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos em situação de ensino”. De acordo com o autor, o acesso aos objetos matemáticos se dá por meio de representações semióticas.

*Recebido em: 21/04/2022*

*Aceito em: 01/11/2022*



Existem dois tipos de representações que envolvem diferentes registros, as discursivas e as não-discursivas. Cada uma delas pode ser expressa por meio dos registros multifuncionais e os registros monofuncionais. São alguns exemplos de registros: Língua Natural, Figural, Numérico, Algébrico, Tabular e Gráfico.

Duval (2003) ainda salienta que “[...] a compreensão em matemática supõe a coordenação de, ao menos, dois registros de representação semiótica” (p.15), ou seja, para que o aluno tenha compreendido um determinado conceito, é necessária a mobilização de ao menos dois registros ou então a possibilidade de trocar de um registro para outro. Para exemplificar os aspectos teóricos abordados até aqui, expõe-se uma questão do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) sobre volume referente ao ano de 2018 (Figura 5).

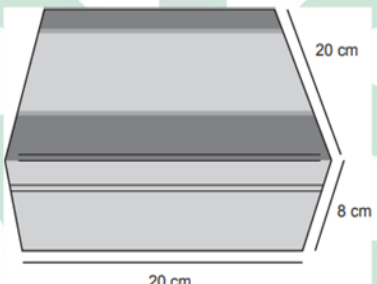
Enunciado	<p>Uma fábrica comercializa chocolates em uma caixa de madeira, como na figura.</p>  <p>A caixa de madeira tem a forma de um paralelepípedo reto-retângulo cujas dimensões externas, em centímetro, estão indicadas na figura. Sabe-se também que a espessura da madeira, em todas as suas faces, é de 0,5 cm. Qual é o volume de madeira utilizado, em centímetro cúbico, na construção de uma caixa de madeira como a descrita para embalar os chocolates?</p> <p>a)654    b) 666    c)673    d)681    e) 693</p>
Possível resolução	<p>Calcular a diferença entre os volumes interno (<math>V_i</math>) e externo (<math>V_e</math>) da caixa, sabendo que no volume interno será retirado 1 cm de cada dimensão. Então, temos que:</p> $V_m = V_e - V_i$ $V_m = 20 \cdot 8 \cdot 20 - 19 \cdot 7 \cdot 19$ $V_m = 3200 - 2527$ $V_m = 673 \text{ cm}^3$

Figura 5- Questão do Enem (2018) sobre volume.

Fonte: Organizado pelos autores, a partir da Questão do Enem (2018).

Inicialmente, pode-se observar que a relação entre objeto físico (caixa de madeira) e objeto matemático (paralelepípedo reto-retângulo) é explicitada no enunciado desta questão. Dessa forma, evidencia-se, assim, a importância entre registro em língua natural e em figural. Além disso, para a resolução, requer-se a mobilização dos registros algébrico e numérico, com a utilização da expressão usual para o cálculo da medida de volume, evidenciando assim o quadro numérico associado ao das grandezas.

Em relação à criatividade e pensamento criativo, outra habilidade importante de ser desenvolvida no ensino de Geometria e necessária ao professor para sua prática profissional, é a importância de considerar o contexto cultural do indivíduo a fim de

Recebido em: 21/04/2022

Aceito em: 01/11/2022

que o mesmo aprenda a pensar, segundo Bortoloci, Jacob e Broietti (2020). Nessa direção, analisar questões propostas no ENEM que envolvam objetos matemáticos, físicos gráficos necessitam de pensamento criativo.

## PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Segundo Kilpatrick (1994, p.2), “[...] pesquisa é uma indagação metódica ou estudo sistemático e consistente de um problema”. É, também, indagação para responder um problema específico e metódico por ser guiada por conceitos e métodos podendo ser examinada e verificada. Neste estudo, busca-se responder a seguinte pergunta: *Quais as compreensões/dificuldades apresentadas por estudantes do terceiro ano do Ensino Médio em uma escola estadual de Cachoeira do Sul ao resolverem questões que requerem a mobilização do conceito de volume?*

Para isso, foi realizada uma pesquisa qualitativa empírica do tipo estudo de caso. Conforme Lakatos e Marconi (2009), Gil (2008) e Fiorentini e Lorenzato (2006), esse tipo de pesquisa procura interpretar fenômenos e atribuir significados ao sistema próprio dos entrevistados. Assim, entende-se que a pesquisa empírica é a busca de dados a partir de pessoas que conhecem, vivenciaram ou têm conhecimento sobre o tema, fato ou situação e, conforme Fiorentini e Lorenzato (2006, p.112), “o pesquisador se introduz no ambiente a ser estudado não só para observá-lo e compreendê-lo, mas, sobretudo para mudá-lo em direções que permitam a melhoria das práticas e maior liberdade de ação e aprendizagem dos participantes”.

Para a produção de dados, disponibilizou-se um formulário com três questões no *Google forms*<sup>5</sup> para as turmas 301, 302 e 303 da Escola nos turnos diurno e noturno visando identificar alguns aspectos relacionados ao conceito de volume, como, por exemplo, relações entre sólidos, capacidade, princípio de Arquimedes, entre outros. Do quantitativo total de estudantes, obtivemos as respostas de 33 deles, sendo estas selecionadas a partir da mobilização dos critérios apontados por Duval. A fim de preservar a identidade dos participantes, os mesmos foram identificados pelas iniciais das letras de seus respectivos nomes.

<sup>5</sup> Google Forms é um aplicativo de gerenciamento de pesquisas lançado pelo Google, em que os usuários podem usá-lo para pesquisar e coletar informações sobre outras pessoas e podem ser usados para questionários e formulários de registro.

**Recebido em: 21/04/2022**

**Aceito em: 01/11/2022**

Os dados obtidos foram analisados conforme pressupostos da análise de conteúdo de Bardin (2016), que tem um caráter essencialmente qualitativo, um procedimento mais intuitivo, mais maleável e adaptável a índices não previstos ou adaptáveis, embora possa se utilizar de parâmetros estatísticos para apoiar interpretações dos fenômenos da comunicação. Para Bardin (2016, p.37), “o termo análise de conteúdo é um conjunto de técnicas de análise das comunicações”.

A Análise de Conteúdo assenta-se nos pressupostos de uma concepção crítica e dinâmica da linguagem. Linguagem, aqui entendida, como uma construção real de toda a sociedade e como expressão da existência humana que, em diferentes momentos históricos, elabora e desenvolve representações sociais no dinamismo interacional que se estabelece entre linguagem, pensamento e ação (FRANCO, 2005, p.14).

Nessa análise, o pesquisador busca compreender características, estruturas ou modelos que estão por trás dos fragmentos de mensagens tomadas em consideração. De acordo com Bardin (2016), ela está estruturada em três fases, conforme Figura 6.



**Figura 6** - As três fases da análise de conteúdo.

**Fonte:** Elaborado pelos autores, conforme Bardin (2016).

A *pré-análise* é a fase de organização, iniciando, geralmente, com os primeiros contatos, a leitura flutuante com os documentos. O pesquisador começa a organizar para que se torne útil à pesquisa e deve providenciar índices que podem ser elementos explícitos de um tema em uma mensagem. A fase de *exploração do material*, fundamentalmente, é a tarefa de codificação, envolvendo: o recorte (escolha das unidades), a enumeração (escolha das técnicas de contagem) e a classificação (escolha de categoria). Esta é uma operação que tem o intuito de individualizar a compreensão, como facilitadora, na codificação das unidades de registro. A fase final do método é o *tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação*, em que se define a “finalidade geral a que nos propomos (ou que é fornecida por uma instância exterior), o

Recebido em: 21/04/2022

Aceito em: 01/11/2022

quadro teórico e/ou pragmático, no qual os resultados obtidos serão utilizados” (BARDIN, 2016, p. 128).

Para Bardin (2016), após o material de estudo preparado, ele passa a ser codificado antes da categorização. Na codificação, deve ser feito o recorte das unidades de registro e de contexto que podem ser a palavra, o tema, o objeto ou referente, o personagem, o acontecimento ou o documento. Uma vez identificadas e definidas, as unidades mais próximas constituem as categorias. A categorização permite reunir o maior número de informações à custa de uma esquematização e, com isso, correlacionar as informações obtidas.

Elaboradas as categorias, tem-se a construção da definição de cada categoria. A sua definição poderá obedecer a alguns critérios como: semântico, sintático, léxico ou expressivo. De acordo com Bardin (2016), as categorias podem ser criadas *a priori* ou *a posteriori*, isto é, a partir apenas da teoria ou após a coleta de dados, em que os documentos foram coletados para a análise após a resposta dos questionários dos alunos. Decidiu-se usar nas categorias desta pesquisa os termos: *adequado* para as respostas corretas; *parcialmente adequado*, para respostas em que o aluno conseguiu desenvolver o pensamento geométrico e algébrico, mas não chegou ao resultado exato; *inadequadas*, para as respostas erradas; e, na última categoria, os alunos *ausentes*.

Na seção seguinte, apresentam-se, de modo articulado, as fases da análise de conteúdo: as três questões elaboradas com as respectivas soluções (pré-análise); a organização das respostas dos alunos por meio das categorias elencadas *a priori*, conforme o desenvolvimento dos alunos e os registros de representação semiótica mobilizados; e, por fim, gráficos que permitem inferir e interpretar os resultados.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

A primeira questão (Figura 7) envolve o objeto físico de um tijolo, cujo peso e dimensões são dadas no enunciado, buscando verificar quanto pesará um tijolo de mesmo modelo cujas dimensões são quatro vezes menores.

Recebido em: 21/04/2022

Aceito em: 01/11/2022



**Enunciado da Questão 1**

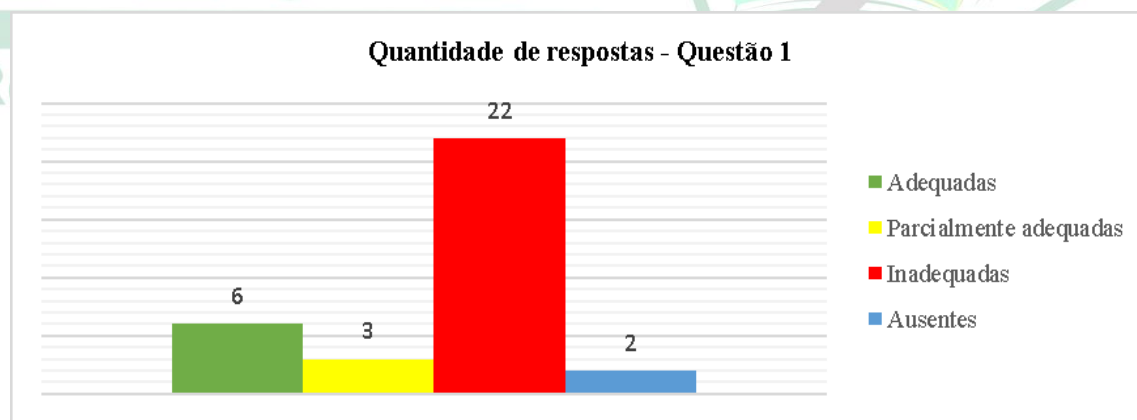
Suponha que um tijolo utilizado na construção civil pese 4 kg e que tenha as dimensões 24 cm x 12 cm x 8 cm. Quanto pesará um modelo daquele tijolo, feito com o mesmo material e cujas dimensões sejam todas quatro vezes menores?

**Figura 7-** Questão 1.

**Fonte:** Adaptado pelos autores de livros didáticos da Escola.

Uma das possíveis soluções para essa questão é, inicialmente, associar o objeto físico ao objeto matemático correspondente, ou seja, o de um paralelepípedo. Em seguida, calcular o seu volume, obtendo  $2.304 \text{ cm}^3$ . A partir disso, reduzindo as dimensões em quatro vezes, ou seja, 6 cm x 3 cm x 2 cm, obter o volume de  $36 \text{ cm}^3$  para o tijolo de mesmo modelo e material. Assim, por meio de uma regra de três simples, verifica-se que o peso do tijolo será de 62,5 gramas.

Outra possibilidade é mobilizar a habilidade algébrica de transformação por semelhança, ou seja, se a razão de semelhança é 4 ao modificar o comprimento da aresta de um sólido, então o volume do sólido é dividido por  $4^3$ . Dessa forma,  $2.304 \text{ cm}^3$  dividido por 64 é igual a 62,5 gramas. No Gráfico 1, mostra-se a distribuição das respostas obtidas na Questão 1 conforme: respostas adequadas, parcialmente adequadas, inadequadas e ausentes.



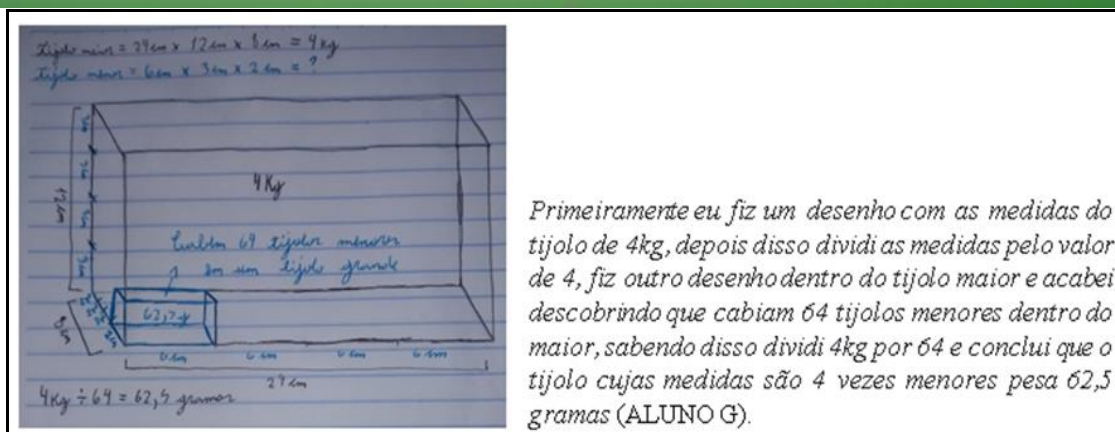
**Gráfico 1-** Distribuição das respostas obtidas na Questão 1.

**Fonte:** Dados da pesquisa.

Das seis respostas adequadas, destaca-se que três participantes apenas indicaram o resultado final, por meio de registro numérico, sem explicações de como obtiveram tal resposta. Já outros três registraram sua resposta de um modo mais detalhado, seja por meio de registros em língua natural, algébrico e/ou figural, como exposto na Figura 8.

Recebido em: 21/04/2022

Aceito em: 01/11/2022



**Figura 8-** Resolução do aluno G para a Questão 1.

**Fonte:** Resolução do aluno G.

Na resolução apresentada pelo aluno G, foi necessário mobilizar a representação figural do objeto físico mencionado, bem como a desconstrução dimensional das formas. Duval (2009, 2011) destaca a importância de propor tarefas em que os alunos trabalhem sem recorrer aos aspectos métricos, bem como privilegiar a desconstrução dimensional, pois ela está relacionada à visualização, que, por sua vez, é um dos processos cognitivos essenciais ao desenvolvimento do raciocínio dedutivo.

A maioria dos estudantes participantes apresentaram respostas inadequadas, sendo que, dos 22 estudantes, 16 apresentaram como resposta 1 kg, como a resolução apresentada pelo aluno S: “Se um tijolo normal pesa 4 Kg, e o de brinquedo é 4 vezes menor significa que ele pesa 1 kilo.” (ALUNO S). Esse fato pode ter sido obtido pelo entendimento dos alunos de que se as dimensões do tijolo fossem reduzidas quatro vezes, seu volume também seria reduzido na mesma proporção, ou seja, de 4 kg para 1 kg. Desse modo, é necessário chamar a atenção para o fato de que o volume de um sólido não se altera na mesma proporção de seu peso.

Cabe ressaltar, ainda, que três estudantes apresentaram respostas parcialmente adequadas, ou responderam corretamente, mas apresentaram justificativas inconsistentes, ou apresentaram raciocínios corretos, mas alguns erros nos cálculos foram fornecidos.

A segunda questão (Figura 9) apresenta no enunciado a associação entre o objeto físico (jarra) e o objeto matemático (cilindro reto) e busca explorar a relação entre volume e capacidade. De acordo com Lima e Bellemain (2010, p. 192, grifo dos

Recebido em: 21/04/2022

Aceito em: 01/11/2022

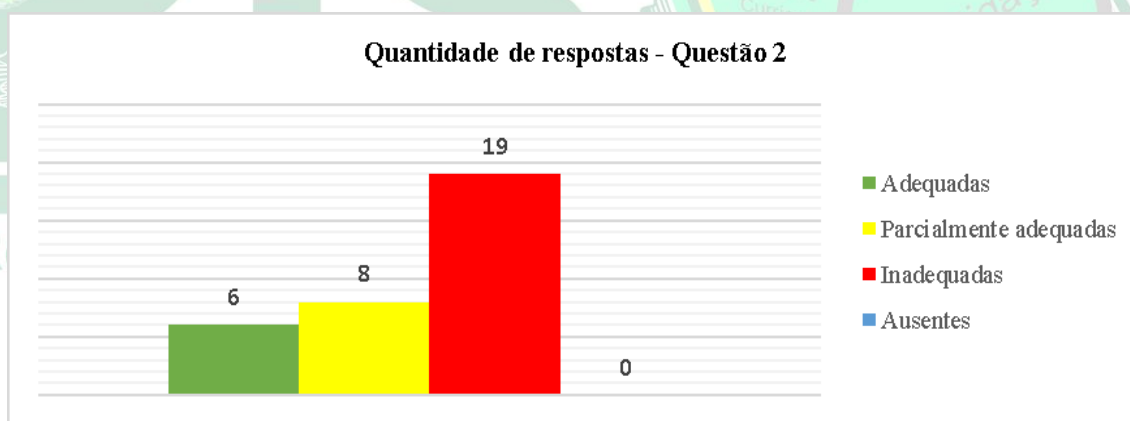
autores), “quando o objeto considerado é um recipiente - objeto com espaço interno disponível - surge o conceito de **capacidade**, que nada mais é do que o volume da parte interna de tal objeto.”, ou seja, “volume e capacidade são a mesma grandeza, em contextos diferentes”. Cabe destacar, ainda, que as unidades de medida padrão para tais grandezas são, respectivamente, metros cúbicos ( $m^3$ ) e litros (L).

<b>Enunciado da Questão 2</b>
Uma jarra tem a forma interna de um cilindro reto. Sabendo que o diâmetro da base mede 20 cm e a altura é de 40 cm, descobrir quantos litros de suco contém na jarra.

**Figura 9** - Questão 2.

**Fonte:** Adaptado pelos autores de livros didáticos da Escola.

Dessa forma, para resolver a questão 2, é necessário calcular o volume do cilindro reto para, em seguida, realizar a transformação de  $cm^3$  para L. Assim, ao mobilizar a expressão usual para o cálculo da medida do volume (área da base x altura), obtém-se aproximadamente  $12.560\text{ cm}^3$ , ou seja, aproximadamente 12,560 L. O Gráfico 2 mostra a distribuição das respostas obtidas pelos participantes.



**Gráfico 2-** Distribuição das respostas obtidas na Questão 2.

**Fonte:** Dados da pesquisa.

Conforme os dados obtidos na Questão 2, todos os 33 participantes apresentaram respostas, ou seja, não teve respostas ausentes. Entretanto, a maioria apresentou respostas inadequadas. O aluno M, por exemplo, apresentou sua resolução em língua natural, mas não conseguiu expor de forma clara como faria para resolver o problema: “Calcular o problema para achar o volume de quanto cabe um recipiente nela descobrir quantos litros de suco cabe nela para podermos” (ALUNO M).

Recebido em: 21/04/2022

Aceito em: 01/11/2022

Além disso, uma grande quantidade de alunos apresenta apenas valores numéricos incorretos e não expõem argumentos de como chegaram nesses valores, não sendo possível identificar o raciocínio utilizado por eles. Outros, reconhecem a necessidade da utilização da fórmula, mas não conseguem substituir as informações do enunciado nela: “Faz 2 vezes 3,14 vezes 40, o resultado vai dar 25l 12ml” (ALUNO C).

Já os alunos A e N apresentam respostas adequadas, sendo que ambos mencionam a utilização do registro algébrico, também a relação entre volume e capacidade:

Primeiro calcularia as dimensões do cilindro usando a fórmula  $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$  onde primeiro seria preciso dividir o diâmetro por dois, com o resultado em  $\text{cm}^3$  que dividido por 1000 daria o resultado em litros (ALUNO A).  
Sabe-se que a área da base de um cilindro é dada por  $\pi \cdot r^2$  e que o volume é dado por  $\pi \cdot r^2 \cdot h$ . Sendo o diâmetro da base, 20cm, seu raio deve ser 10 cm. Calcula-se, portanto:  $V = 10^2 \cdot \pi \cdot 40 \text{cm}^3$ . Temos que o volume total é dado por  $4000\pi \text{cm}^3$ , ou seja,  $4\pi L$  (ALUNO N).

A questão 3 (Figura 10) envolve o cálculo de volume de uma pedra em que é possível explorar a ideia do princípio de Arquimedes, o qual consiste no estudo do acréscimo do volume de líquidos após imersão de sólidos em seu meio. Ou seja, para quaisquer objetos, a diferença entre o volume final e o inicial do líquido (após e antes da imersão, respectivamente), consiste no volume do sólido imerso.

<b>Enunciado da Questão 3</b>
Mergulhando-se uma pedra num recipiente cilíndrico reto, o nível de água sobe 4cm. Calcule o volume da pedra, em centímetros cúbicos, sabendo que a base do recipiente tem um raio de 5cm.

**Figura 10-** Questão 3.

**Fonte:** Adaptada pelos autores de livros didáticos da Escola.

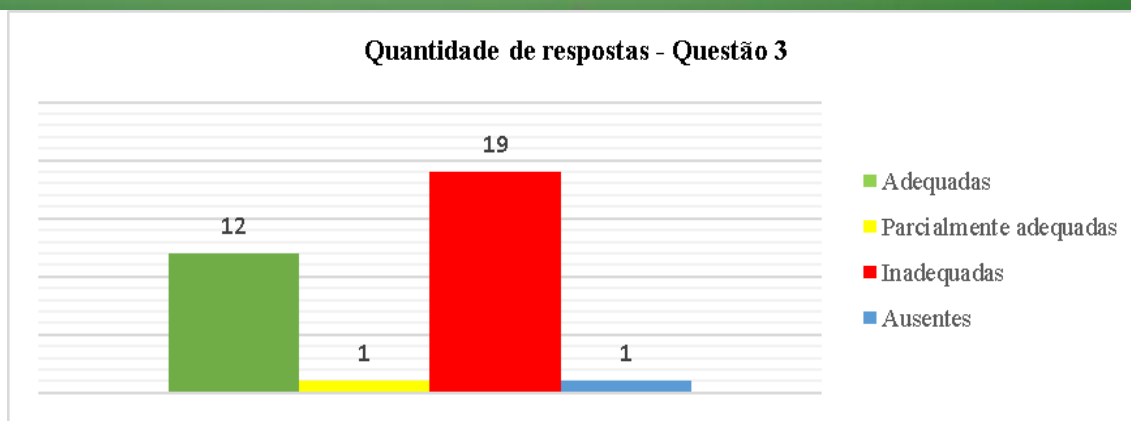
Uma possível solução é calcular o volume do recipiente com a pedra e sem ela. Em seguida, fazer a diferença entre esses dois volumes. Para isso, é necessário mobilizar a fórmula do volume e considerar que não há informação numérica no enunciado de qual é a altura do recipiente, sendo necessária a utilização de uma representação algébrica, por exemplo,  $h$  sem a pedra e  $h+4$  com a pedra, obtendo as medidas de volumes,  $25\pi h \text{ cm}^3$  e  $25\pi h + 100\pi \text{ cm}^3$ , respectivamente. Através da diferença entre eles, obtém-se que o volume da pedra é de  $100\pi \text{ cm}^3$ .

No Gráfico 3, mostra-se a distribuição das respostas obtidas na questão 3.

Recebido em: 21/04/2022

Aceito em: 01/11/2022





**Gráfico 3-** Distribuição das respostas obtidas na Questão 3.

**Fonte:** Dados da pesquisa.

A partir do Gráfico 3 verifica-se que a maioria dos alunos apresentou respostas incorretas, como, por exemplo, o exposto na resolução do aluno J:

1º eu calcularia o volume do cilindro sem a pedra usando a mesma fórmula da questão 2, com a altura sem o aumento causado pela pedra, com isso eu teria a medida do raio multiplicando o  $\pi$  enquanto o  $h$  seria a incógnita. 2º calcularia o volume do cilindro só que com a pedra submersa pra isso o raio continuaria multiplicando  $\pi$  e  $h$  teria a medida somada de 6. 3º após tem o resultado das duas contas só calcularia a diferença em  $\text{cm}^3$ . (ALUNO J)

Entretanto, apesar de a maioria apresentar respostas incorretas, entre as três questões do formulário, esta foi a que apresentou uma quantidade maior de respostas adequadas. Dos 12 estudantes participantes, quatro mobilizaram a língua natural para explicar seu raciocínio, mesmo que não tenham mobilizado uma resposta numérica, conforme exemplo da resolução apresentada pelo aluno AN: “*Para saber o volume dessa pedra basta calcular o volume do recipiente sem a pedra e depois o volume com a pedra. Após isso calcule a diferença entre esses dois volumes. O resultado será o volume da pedra.*” (ALUNO AN). Cabe ressaltar que os estudantes foram orientados a exporem suas ideias de como resolveriam as questões, mesmo se não chegassem no resultado numérico.

De 12 estudantes, dois apenas apresentaram o registro numérico, enquanto seis, além de exporem o resultado numérico correto, também explicaram por meio da mobilização da língua natural e registro algébrico: “*Primeiro calculei o  $V^1$ (sem a pedra) que deu  $V^1=25 \times \pi(3,14) \times h$ , e depois o  $V^2=25 \times \pi(3,14) \times h + 100\pi(3,14)$ , após isso*

Recebido em: 21/04/2022

Aceito em: 01/11/2022

fiz  $V^2-V^1$  onde cortei os  $25\pi$  (um era positivo e o outro negativo) chegando no resultado de que o volume da pedra é de  $314\text{Cm}^3$ .” (ALUNO G).

Quanto às demais resoluções, apenas uma foi parcialmente correta, pois o estudante apresentou raciocínio correto e valor numérico incorreto. Da mesma forma, a mobilização de um registro numérico incorreto, sem uma explicação adequada, foi o principal erro identificado nas respostas classificadas em inadequadas.

Cabe ressaltar ainda que, como o formulário era *online*, a utilização de algumas expressões ficaram comprometidas, como, por exemplo, a utilização do símbolo “^” para indicar a potência, ou ainda da escrita “pi” para se referir ao número irracional  $\pi$ .

### ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Com o objetivo de identificar como estudantes do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola estadual, na cidade de Cachoeira do Sul/RS, resolvem questões envolvendo o conceito de volume, foi proposto um formulário *online* elaborado pelos autores, o qual possuía três questões buscando identificar o conceito de volume por meio de relações entre sólidos, capacidade e o princípio de Arquimedes, respectivamente.

A proposta da atividade surgiu na disciplina de Geometria, que os três primeiros autores cursaram no segundo semestre de 2021, no Curso de Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Franciscana de Santa Maria/RS, sendo desenvolvida nas turmas da primeira autora. Os resultados apontaram que, nas duas primeiras questões, menos de 20% dos respondentes conseguiram definir e aplicar adequadamente os conceitos propostos na atividade e, na terceira questão, 36% dos alunos apresentaram um conhecimento adequado. Apesar de os alunos estarem concluindo o Ensino Médio, percebeu-se que, em média, 57,6% dos estudantes não atingiram o objetivo, apresentando conhecimento inadequado.

Outros trabalhos também mencionam a falta de apropriação do conceito de volume e a ênfase à medida por estudantes (FIGUEIREDO, *et al*, 2013), bem como a não compreensão de volume como grandeza (FIGUEIREDO, BELLEMAIN, TELES, 2013, 2014). Tais trabalhos reforçam que muitos estudantes chegam no Ensino Médio

Recebido em: 21/04/2022

Aceito em: 01/11/2022

com conhecimento muito baixo em Geometria (plana e espacial), bem como, referente às grandezas geométricas. Acredita-se que a dificuldade na realização da atividade e o desempenho baixo podem ser também reflexos da dificuldade de aprendizado na pandemia.

Essas dificuldades se originam, principalmente, na falta de interesse dos alunos pela Matemática, por não entenderem a relação dela com o mundo. Isso decorre, sobremaneira, em razão do pouco contato do aluno com o conhecimento geométrico desde os anos iniciais até os anos finais do Ensino Fundamental. Às vezes, isso ocorre em função do pouco domínio desse conteúdo matemático por parte dos professores que lecionam nessa etapa de ensino. Conseqüentemente, a aquisição das competências e habilidades propostas para a etapa seguinte ficam comprometidas, fato comprovado pelos últimos resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb).

De imediato, é premente que essas deficiências sejam sanadas ao ingressarem no Ensino Médio, com a realização de aulas que abordem os conteúdos básicos de Geometria contemplados no currículo da etapa de ensino anterior. Ao mesmo tempo, a escola da Educação Básica deve promover a formação continuada dos professores que lecionam a disciplina de Matemática, com vistas a suprir as lacunas da formação inicial existentes e capacitá-los para trabalhar com metodologias que favoreçam o ensino e a aprendizagem dos conteúdos geométricos. Além disso, as instituições formadoras necessitam adequar seus currículos à realidade escolar.

## **AGRADECIMENTO**

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

## **REFERÊNCIAS**

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Tradução: Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2016.

BELLEMAIN, P. M. B.; BIBIANO, M. F. A.; SOUZA, C. F. Estudar Grandezas e Medidas na Educação Básica. **Em teia – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, 2018

*Recebido em: 21/04/2022*

*Aceito em: 01/11/2022*

BORTOLOCI, N.; JACOB, J.; BROIETTI, F. Os contextos investigativos de pensamento criativo em publicações acadêmicas. **Revista Insignare Scientia - RIS**, 2020.

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S.D.A. (Org) **Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica**. Campinas, São Paulo: Papirus, 2003.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano**: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas**. Org.: Tânia M. M. Campos. Tradução: Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

FRANCO, M. L. P. B. **Análise de Conteúdo**. 2ª. Edição. Brasília/DF: Líber Livro Editora, 2005.

FERREIRA, L. F. D. **Um estudo sobre a transição do 5º ano para o 6º ano do ensino fundamental: o caso da aprendizagem e do ensino de área e perímetro**. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica). UFPE-PE, Recife, 2018.

FIGUEIREDO, A. P. N. B.; BELLEMAIN, P. M. B.; TELES, R. A. M. Como alunos do ensino médio lidam com situações de produção relativas ao volume: um estudo sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais. In: **Encontro Nacional de Educação Matemática**, 2013, Curitiba. Educação matemática: Retrospectivas e Perspectivas, 2013.

FIGUEIREDO, A. P. N. B.; MUNIZ, A. M. C; CARVALHO, D. G.; MORAES, L. B. Análise de problemas resolvidos por alunos do projuvem urbano do município do Recife envolvendo a grandeza volume. In: **XI Encontro Nacional de Educação Matemática**, 2013, Curitiba. Educação matemática: Retrospectivas e Perspectivas, 2013.

FIGUEIREDO, A. P. N. B.; BELLEMAIN, P. M. B.; TELES, R. A. M. **Grandeza Volume: um estudo exploratório sobre como alunos do Ensino Médio lidam com situações de comparação**, 2014.

Recebido em: 21/04/2022

Aceito em: 01/11/2022



- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.
- GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6ª ed. São Paulo: Atlas, 2008.
- KILPATRICK, J. Investigación en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad. In: KILPATRICK; RICO; GÓMEZ (Eds.). **Educación Matemática**. México: Grupo Editorial Iberoamérica & una empresa docente, 1994.
- LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Metodologia científica**. 5ª ed. – 3 reimpr. São Paulo: Atlas, 2009.
- LIMA, P. F.; CARVALHO, J. B. P. F. Geometria. In: João Bosco Pitombeira Fernandes de Carvalho. (Org.). **Matemática: Ensino Fundamental** (Série Explorando o ensino). Brasília: Secretaria da Educação Básica, 2010.
- LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. Grandezas e Medidas. In: CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes. (Org.). **Matemática: Ensino Fundamental** (Série Explorando o ensino). Brasília: Ministério da Educação: Secretaria da Educação Básica, 2010.
- MORAIS, L. B. **Análise da abordagem da grandeza volume em livros didáticos de matemática do ensino médio**. Recife, 2013. 132f. Dissertação (mestrado) -UFPE, Centro de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica. Recife, 2013.
- MORAIS, L. B.; BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F. Análise de situações de volume em livros didáticos do ensino médio à luz da teoria dos campos conceituais. **Educação Matemática Pesquisa**, 2014.
- SMOLSKI, L.; FRANZIN, R.; SANTOS, A.; STRACKE, M. Terminologias matemáticas em Libras: a geometria plana e espacial. **Revista Insignare Scientia - RIS**, 2020.

Recebido em: 21/04/2022

Aceito em: 01/11/2022