

## A NOÇÃO DE CONJUNTO DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA SISTEMÁTICO E ASSISTEMÁTICO: PERSPECTIVAS DIDÁTICAS

### THE NOTION OF SYSTEMATIC AND NON-SYSTEMATIC SETS OF SEMIOTIC REPRESENTATIONS: DIDACTIC PERSPECTIVES

Méricles Thadeu Moretti<sup>1</sup>

#### Resumo

O registro é um conjunto de representação semiótica especial, ideia elaborada por Duval, que compreende três polos: a representação propriamente dita que para chegar até nós possui forma perceptível aos sentidos; o objeto representado; e conteúdo dessa representação que pode não ser a mesma do objeto representado. A noção de registro é fundamental uma vez que faz parte da hipótese fundamental de Duval em sua teoria semiocognitiva de aprendizagem intelectual. Discutiu-se, neste texto, a caracterização de diversos conjuntos semióticos com o objetivo de apontar quais deles podem ser classificados simplesmente como conjunto semiótico assistemático, conjunto semiótico sistemático e registro. Percebeu-se possibilidades didáticas dessa classificação.

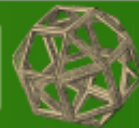
**Palavras-chave:** registro de representações semiótica, conjunto de representações semiótica assistemático, conjunto de representações semiótica sistemático.

#### Abstract

The register is a particular set of semiotic representations, an idea developed by Duval, which comprises three poles: the representation itself, which in order to reach us has a form perceptible by the senses; the represented object; and the content of this representation, which can be different from the represented object. The notion of register is fundamental, since it forms part of Duval's fundamental hypothesis in his semiocognitive theory of intellectual learning. This text addressed the characterization of various semiotic sets with the aim of identifying those that can be classified simply as an unsystematic semiotic set, a systematic semiotic set and a register. The didactic possibilities of this classification were realized.

**Keywords:** register of semiotic representations, unsystematic set of semiotic representations, systematic set of semiotic representations.

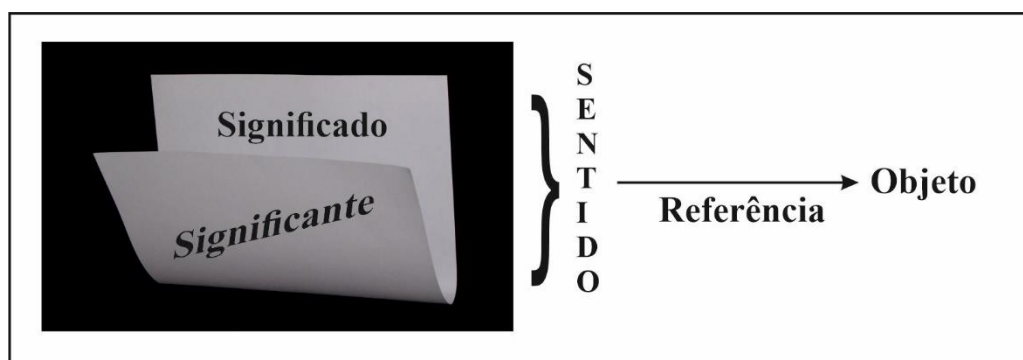
<sup>1</sup> Doutor em didática da matemática pela Universidade de Estrasburgo (UNISTRA). Professor titular aposentado em exercício voluntário como professor permanente no PPGECT/UFSC. [mthmoretti@gmail.com](mailto:mthmoretti@gmail.com) ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3710-9873>



## Introdução

A noção de registro é base na teoria semiocognitiva de aprendizagem intelectual de Duval (1995). E sua proposta de aprendizagem, compreende ao menos dois registros e duas operações semiocognitivas, uma delas ocorre no interior de cada registro e é denominada **tratamento**, a outra que é a **conversão** se dá entre os registros.

**Figura 1** - O registro segundo Duval



**Representação triádica do registro**

**Fonte:** Elaborado pelo autor a partir de Saussure, 2008; Peirce 2000; Frege, 1978 e Duval, 1995

A Figura 1 nos mostra os elementos que compõem o registro em Duval (1995):

- os termos “Significado” e “Significante” (ou “Conceito” e “Imagem acústica”) são utilizados por Saussure (2008) para caracterizar o signo linguístico diádico;
- o sentido que é dado à relação entre significante e significado e que referencia o objeto, é uma ideia trazida por Frege (1978);
- o objeto que é uma contribuição de Peirce (2000) em sua caracterização de signo também triádico e que se compõe de signo ou *representamen*, interpretante e objeto.

Para que um registro possa ser classificado como tal será preciso que tenha um modo de operar internamente com os seus elementos e que possa se relacionar com elementos de outros registros, ou seja, que possa ser definido algum tipo de tratamento interno ao registro e concebido uma operação de conversão com outro registro:

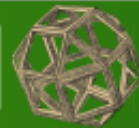
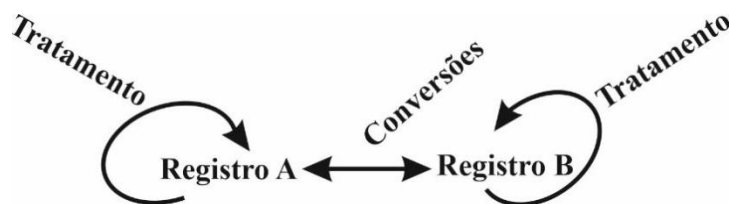


Figura 2 - Tratamento e conversões entre registros



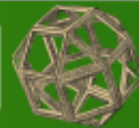
Fonte: autor a partir de Duval, 1995

Uma observação a ser feita é que as conversões de um registro a outro e vice-versa não são as mesmas assim como os tratamentos não são os mesmos, pois ambas as operações dependem da estrutura interna de cada registro. Mas, além dessas duas operações semiocognitivas para que um determinado conjunto de representações possa ser um registro, será necessário que tenha outra atividade que Duval (1995) denominou de **formação**: “...constituir um traço ou uma combinação de traços perceptíveis que sejam identificados como uma representação de alguma coisa em um sistema determinado” (p. 21). É a atividade de formação do registro que identifica o objeto representado; é dessa atividade que depende o tipo de tratamento e as conversões com outro registro, e para que isso ocorra, os elementos significantes em cada registro precisam ser ostentados.

Assim, um registro é um sistema estruturado que deve possuir três atividades cognitivas fundamentais: tratamento, conversão e formação. Nem todos os conjuntos semióticos contemplam essas atividades, como por exemplo, os códigos de trânsito que analisaremos mais adiante. Diferentemente dos códigos de trânsito temos, por exemplo, os registros da linguagem natural e simbólica, que permitem essas três atividades.

## 1 CONJUNTO DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICA SISTEMÁTICO E ASSISTEMÁTICO

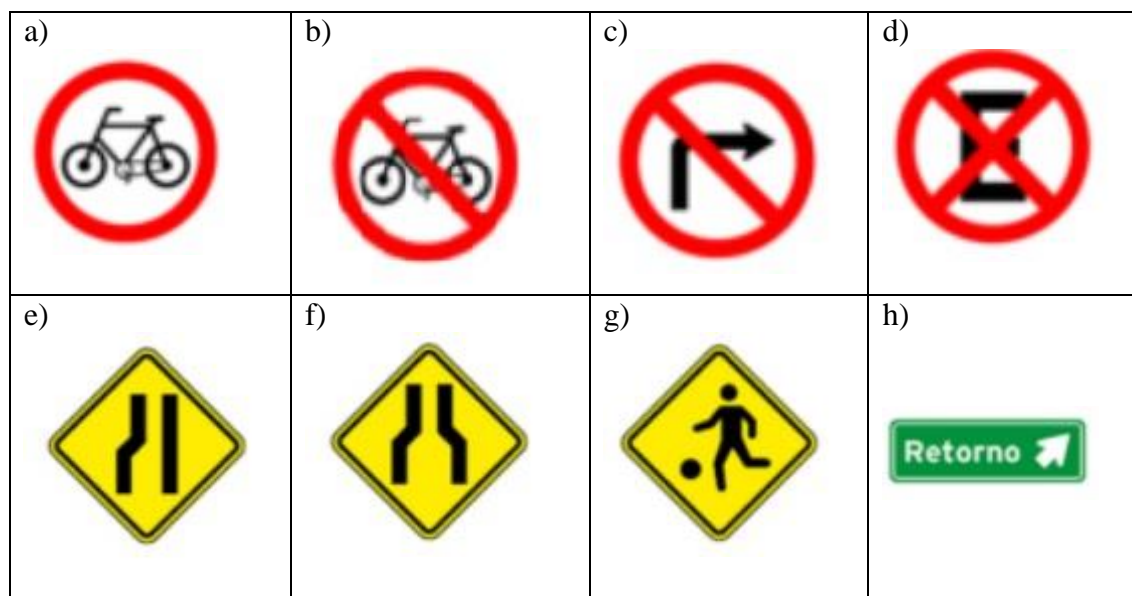
Buyssens (1943) desenvolveu a ideia de conjunto de representações semióticas sistemático e assistemático em que uma representação pertence a um grupo de representações quando “em nosso espírito se estabelece entre eles uma oposição formal solidária de oposição significativa” (p. 85). E cita como exemplo de **conjunto de representações semióticas assistemático (CRS-A)** as reações de um público em um espetáculo: aplausos, vaias, bater palmas, pedidos de bis etc. Este conjunto é bem definido, bem formado e não estabelece nenhuma relação com outro conjunto a não ser a



sua significação: as reações do público são bem conhecidas dos atores em um espetáculo de teatro.

Vamos agora analisar um outro exemplo também aventado por Buysens (1974) sobre a sinalização de trânsito. Consideremos as seguintes placas de sinalização:

**Figura 3** - Alguns tipos de placas de sinalização de trânsito

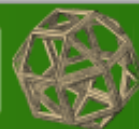


**Fonte:** elaborada pelo autor

A Figura 3 apresenta algumas placas de sinalização do trânsito: “a”, “b”, “c”, “d” são de regulamentação; “e”, “f”, “g” de advertência; e “h” é uma placa de indicação.

Observemos o seguinte:

- as placas de regulamentação (“a”, “b”, “c”, “d”) têm um formato circular, com fundo branco, bordas vermelhas. A barra transversal vermelha indica, como são os casos das placas “b” e “c”, proibições, respectivamente, de trânsito de bicicleta e “de virar à direita”; a placa “a”, que não apresenta barra transversal alguma, indica que o trânsito naquele local é exclusivo para bicicletas, De certo modo aqui também há proibição de trânsito de todo e qualquer veículo, exceto bicicleta: a placa exibe essa exceção;
- a placa “d”, com duas barras transversais, indica uma proibição ainda mais forte, além de não poder estacionar, o motorista não pode nem parar: caso a placa tivesse uma única faixa transversal, a proibição seria apenas de estacionar;



- as placas retangulares amarelas “e”, “f”, “g” são de advertência que podem conter, em seu interior, imagens pictóricas, palavras ou iniciais de palavras. No caso da placa “g” o que se deve imaginar é que pode ter gente brincando mais à frente;
- a placa “h” é uma das placas de indicação, no caso informa a possibilidade de retorno mais adiante.

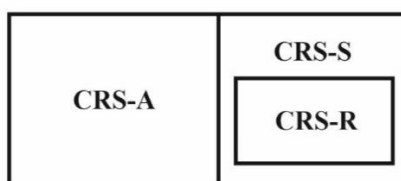
A esse conjunto de elementos de base que formam as diversas placas de sinalização chamaremos de **elementos de base da representação semiótica**. Esse número pequeno de placas já nos mostra uma organização na elaboração delas: quanto à forma; as barras transversais de proibições; as cores; as letras iniciais de palavras (como por exemplo, “E” de estacionamento); palavras; índices (no sentido de Peirce (2000)); imagens pictóricas etc. O que se observa nesse **conjunto de representações semióticas** é que há uma organização que faz com que este conjunto seja classificado por Buyssens (1943) como **sistemático (CRS-S)**, ou seja, é um conjunto bem formado e que possui uma certa operação interna, não por meio da operação de tratamento, mas por meio da **operação de sistematização** em harmonia com as regras que Duval (1995) chama de conformação para o caso dos registros.

As placas de trânsito não precisam relacionar-se com outros CRS, apenas precisam dar significação: “Quando um motorista passa diante de uma placa de sinalização indicadora de uma curva, tem apenas uma vaga ideia dela e só quando vir a curva é que poderá concretizar a significação da placa” (Buyssens, 1974, p. 48). Portanto, o que ocorre nesse caso não é uma operação de conversão no sentido que Duval (1995) considera, as placas de sinalização são elaboradas para comunicar, para produzir significação.

A figura a seguir apresenta esses conjuntos de representação e as relações de pertinência entre eles:

**Figura 4 - Diversos tipos de CRS**

Conjuntos de representação semiótica



**Fonte:** elaborada pelo autor



Os conjuntos de representação semiótica dividem-se em três grupos, um que é assistemático (CRS-A), outro sistemático (CRS-S) e, como nos mostra a Figura 4, o registro (CRS-R) é sistemático e admite as três atividades já mencionadas anteriormente: formação, tratamento e conversão. Já o CRS-S não comporta essas três atividades.

## 2 ALGUNS TIPOS DE CONJUNTOS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NO ÂMBITO DA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

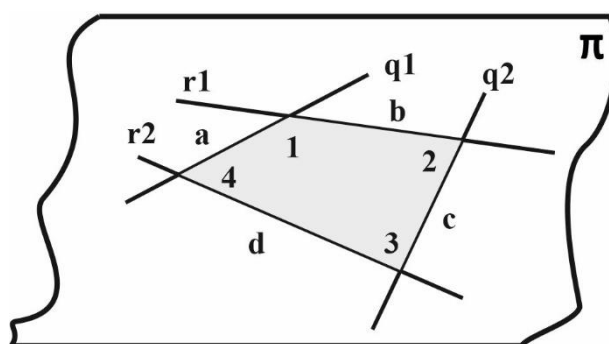
A seguir discutimos alguns conjuntos semióticos que aparecem na aprendizagem matemática. Alguns deles podem ser elaborados de forma a torná-los no mínimo sistemático. Esse esforço vale à pena porque os CRS-S apontam, assim como os CRS-R, os elementos semióticos de base na formação de cada elemento do conjunto.

### 2.1 - Classificação dos quadriláteros como um CRS-S

Consideramos quatro retas coplanares sendo que no máximo pode haver paralelismo em dois pares delas, ou seja, não pode haver paralelismo entre quaisquer três delas.

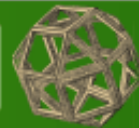
A figura a seguir mostra a região formado pela intersecção de quatro retas no plano  $\pi$ . No caso dos quadriláteros é importante considerar os lados opostos que formam a região quadrilátera:  $r_1$  com  $r_2$  e  $q_1$  com  $q_2$  são os pares de lados opostos.

**Figura 5:** Região quadrilátera formada pelas intersecções das retas  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $q_1$  e  $q_2$  no plano  $\pi$



Fonte: elaborada pelo autor

As retas  $q_1$  e  $q_2$  interceptam as retas  $r_1$  e  $r_2$  (vice-versa) formam uma superfície quadrilátera: quatro segmentos de retas  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  e quatros ângulos internos  $\hat{1}$ ,  $\hat{2}$ ,  $\hat{3}$ ,  $\hat{4}$ .



Antes de elencar os elementos de base é importante que o resultado seja conhecido:

**Resultado.** Tomemos a Figura 5 por base:  $r1 \parallel r2$  e  $q1 \parallel q2 \Leftrightarrow a=c$  e  $b=d$

Isto quer dizer que, em um mesmo plano, sempre que um par de retas paralelas não coincidentes interceptam outro par de retas paralelas não coincidentes, os segmentos formados em cada um dos pares de retas, possuem a mesma medida. O teorema também é válido no sentido inverso.

Os elementos de base da representação semiótica são os seguintes:

**Q1:** um par de retas paralelas não coincidentes entre si que intercepta outro par de retas paralelas não coincidentes entre si ( $r1 \parallel r2$  e  $q1 \parallel q2$ );

**Q2:** um par de retas paralelas não coincidentes entre si que intercepta outro par de retas não paralelas entre si ( $(r1 \parallel r2 \text{ e } q1 \nparallel q2)$  ou  $(r1 \nparallel r2 \text{ e } q1 \parallel q2)$ );

**Q3:** um par de retas paralelas não paralelas entre si que interceptam outro par de retas não paralelas entre si ( $r1 \nparallel r2$  e  $q1 \nparallel q2$ );

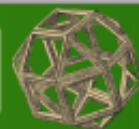
**Q4:** comprimento dos segmentos que são formados pelas intersecções (comprimentos de  $a, b, c, d$ );

**Q5:** ângulo reto (ou ângulo formado por retas perpendiculares), ângulo não reto (ângulos  $\hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}$ ).

Utilizando os elementos semióticos de base dos conjuntos Q1, Q2, Q3, Q4 e Q5 podemos formar todos os quadriláteros, como por exemplo, para o quadrado os seguintes elementos semióticos de base: “um par de retas paralelas não coincidentes entre si que intercepta outro par de retas paralelas não coincidentes entre si ( $r1 \parallel r2$  e  $q1 \parallel q2$ )”. Isso já seria suficiente para caracterizar, conforme o Resultado, de que os segmentos formados em cada par têm a mesma medida. Mas, será necessário acrescentar de Q4 que todos os segmentos possuem a mesma medida ( $a=b=c=d$ ), e de Q5 que todos os ângulos formados são retos ( $\hat{1} = \hat{2} = \hat{3} = \hat{4} = 90^\circ$ ).

Esses mesmos elementos também caracterizam, de modo particular, o paralelogramo: “um par de retas paralelas não coincidentes entre si que intercepta outro par de retas paralelas não coincidentes entre si ( $r1 \parallel r2$  e  $q1 \parallel q2$ )”. Isso seria suficiente,





conforme o Resultado apresentado anteriormente para caracterizar que os lados opostos têm a mesma medida ( $a=c$  e  $b=d$ ).

**Quadro 1** - Problemas distintos, mas com as mesmas exigências matemáticas em sua resolução

Versão LIV OU		Versão CHAP	
<p>ABED e BCED são paralelogramos.</p> <p>Provar que B é meio de AC.</p>		<p><math>A'C'</math> e AC são paralelos,  <math>A'B'</math> e AB são paralelos  e  <math>B'C'</math> e BC são paralelos.</p> <p>Provar que A é o meio de <math>B'C'</math>.</p>	

Fonte: Dupuis; Pluinage e Duval, 1978

Os termo das versões utilizados pelos autores são apenas mnemônicos: LIV OU (LIVre OUvert - livro aberto) e CHAP (CHApéau – chapéu).

Analisemos a situação de dois problemas apresentados no Quadro 1 acima, estudados por Dupuis; Pluinage; Duval (1978) em que características do paralelogramo são fundamentais para a sua resolução. O Quadro 2 apresenta a resolução para cada problema.

**Quadro 2** - Resolução dos problemas nas versões LIV OU e CHAP

<p><b>Solução LIV OU</b></p> <p>Como <math>ABED</math> é paralelogramo <math>\Rightarrow o = m</math>;  Como <math>BCED</math> é paralelogramo <math>\Rightarrow o = n</math>;  Uma vez que <math>o = m</math> e <math>o = n \Rightarrow m = n</math>; e  Como <math>m = n</math>, então B é ponto médio de AC.</p>	
<p><b>Solução CHAP</b></p> <p>Como <math>A'C'</math> e CA são paralelos e <math>A'B'</math> e BA são paralelos  <math>\rightarrow ABCB'</math> é paralelogramo <math>\Rightarrow o = n</math>;  Como <math>A'C'</math> e AC são paralelos e <math>B'C'</math> e BC são paralelos  <math>\rightarrow C'BCA</math> é paralelogramo <math>\Rightarrow o = m</math>;  Uma vez que <math>o = n</math> e <math>o = m \Rightarrow m = n</math>; e  como <math>m = n</math>, então A é ponto médio de <math>C'B'</math>.</p>	

Fonte: elaborado pelo autor





Tanto na versão CHAP quanto na versão LIV OU usou-se o fato de que os lados opostos do paralelogramo possuem o mesmo comprimento. No entanto, isso não está explicitamente posto na definição de paralelogramo:

- na Versão LIV OU, já é dito no enunciado que  $BCED$  e  $ABED$  são paralelogramos e, portanto, concluiu-se que  $o = n$  e  $o = m$ ;
- na versão CHAP do problema, o fato de que  $A'C'$  e  $CA$  são paralelos e  $A'B'$  e  $BA$  também são paralelos, concluiu-se que  $ABCB'$  e  $C'BCA$  são paralelogramos e, portanto, respectivamente,  $o = n$  e  $o = m$ ;

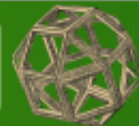
Esse processo de caracterização de que cada par de lados paralelos possui o mesmo comprimento não está explicitamente colocada na definição de paralelogramo e é o reconhecimento do RESULTADO já mencionado anteriormente em um processo de **expansão figural cognitiva** (Moretti; Cans, 2024).

O conjunto das denominações em língua natural é um CRS-A, pois a palavra utilizada para designar o quadrilátero não possui todas as características que são elencadas nos elementos de base da representação semiótica do quadrilátero referenciado. Se bem que algumas palavras usadas como, por exemplo, “quadrado”, guarda, do ponto de vista etimológico, características da figura. De qualquer forma isso não aparece de forma explícita na palavra usada, será necessário reconhecer essa origem para destacar os elementos semióticos de base.

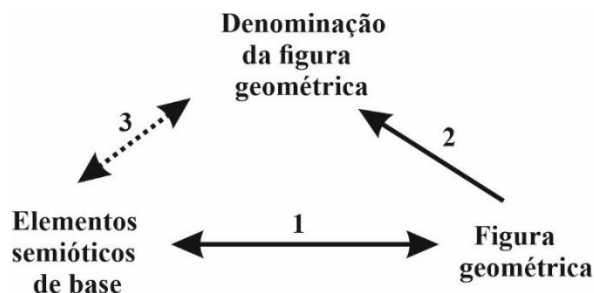
As figuras geométricas são **formadas** a partir dos elementos semióticos de base, por uma **operação semiocognitiva de sistematização** que permite construir exemplos de quadriláteros com tais características, conforme apresentado no esquema da Figura 6.

Observamos o seguinte na Figura 6:

- a seta 1, de sentido duplo, alguns elementos semióticos de base formam, por meio da operação de sistematização, a figura; e na figura será preciso identificar os elementos significantes que pertencem aos elementos de base;



**Figura 6** - Esquema da sistematização dos quadriláteros



**Fonte:** elaborada pelo autor

- a seta 2 apresenta a situação em que os elementos de base identificados na figura vão dar o suporte à sua denominação. Essa seta tem apenas um sentido, parte dos elementos semióticos de base presentes na figura, uma vez que a palavra usada para denominá-la, não os contém de forma explícita;
- a seta 3, pontilhada e de sentido duplo, caracteriza as operações conversões entre os elementos semióticos de base presentes no enunciado de um problema e a denominação ou o reconhecimento da figura em língua natural.

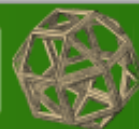
Portanto, a seta 1 caracteriza um processo de sistematização, a seta 2 um processo de identificação a partir da apreensão perceptiva atenta (ver Moretti; Cans, 2024), e a seta 3 de sentido duplo, as operações de conversão entre o enunciado de um problema e a figura relativa a esse problema.

## 2.2 - Denominação das frações

Alguns problemas que envolvem fração podem ser enunciados em língua natural, como por exemplo, o problema seguinte: João, Maria e José possuem ao todo 240 figurinhas de álbum de futebol. João possui um terço delas, Maria cinco doze avos e José todo o restante. Quantas figurinha cada um deles possui? Qual é a fração que corresponde a quantidade de figurinha de José?

Há a necessidade inicial nesse problema de saber a que frações no registro algébrico correspondem “um terço” e “cinco doze avos”.

Consideremos a fração do tipo  $p/q$ , sendo  $p, q$  inteiros e  $q \neq 0$ , em língua natural lê-se: “p q” sendo que “p” ocupa o lugar do número inteiro escrito em língua natural que



aparece no numerador da fração e “q” ocupa uma das palavras do conjunto conforme o número do denominador:

2	3	4	5	6	7	8	9	10
meio(s)	terço(s)	quarto(s)	quinto(s)	sexto(s)	sétimo(s)	oitavo(s)	nono(s)	décimo(s)

11	12	...	100	101	...	1000	1001	...
avos	avos	...	centésimos	avos	...	milésimos	avos	...

Assim, a fração  $7/8$  lê-se “sete oitavos”;  $43/29$  lê-se “quarenta e três vinte e nove avos”.

De um lado temos as frações numéricas racionais e de outro lado as denominações em língua natural, são dois conjuntos que não apresentam operações internas, mas são bem formados e sistemáticos (CRS-S).

### 2.3 - Conjunto dos números racionais Q)

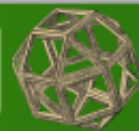
O conjunto dos números racionais é claramente CRS-R, pois satisfaz as três atividades para que o seja, temos:

- para a **formação**, basta definir que seus elementos são elementos que podem ser levados à forma fracionária  $p/q$ , sendo  $p, q$  inteiros e  $q \neq 0$ ,
- em relação ao **tratamento**, as operações básicas são bem definidas com os elementos neste conjunto;
- em relação à **conversão**, são muitas as possibilidades, como por exemplo, associar um número racional à área de uma superfície em geometria, ou associar a uma expressão em língua natural.

#### - Conjunto dos números racionais na forma fracionária (Qf).

O conjunto dos números racionais na forma fracionária é um registro, pois como no caso anterior, seus elementos são bem definidos em relação ao tratamento e à conversão. Em relação à atividade de formação basta definir que seus elementos vão ser tratados na forma fracionária  $p/q$ , sendo  $p, q$  inteiros e  $q \neq 0$ .

A formação do conjunto em língua natural da fração, a partir da sua forma algébrica, e vice-versa, são operações semiocognitivas que dizem respeito à **aprendizagem de formação em ambos os registros**. Assim,  $3/5$  em linguagem algébrica

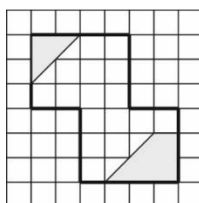


é associado à “três quintos” em linguagem natural e vice-versa, são processos que exigem aprendizagens por mais simples que pareçam.

### - Representação geométrica e fração

O ensino das frações começa em geral com o ensino da denominação das frações, como apresentado em Andrini; Vasconcellos (2012). Entre os diversos tipos de atividades, há predominância de exercícios com figuras geométricas e representação fracionária de uma parte da figura. Um exemplo típico, é o exercício que demanda a escrita da fração a partir de uma figura dada com parte dela acinzentada, como por exemplo o exercício seguinte:

**Figura 7A:** Escreva a fração que corresponde a parte cinza da figura

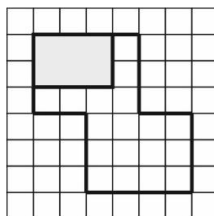


**Fonte:** Adaptado de Andrini; Vasconcelos, 2012, p. 173

A resolução do problema proposto em 7A, exige do aluno contagens da parte cinza em relação à parte total da figura, ou uma mistura de contagem e alguma operação geométrica sobre a figura para responder  $6/24$ . Em geral, a operação figural que se observa é a reconfiguração intermediária<sup>2</sup>.

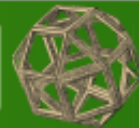
Já no problema que solicita o caminho contrário, ou seja, pedir para que o aluno pinte na figura a parte que corresponde a fração  $6/24$ , a Figura 7B é uma possibilidade de resposta.

**Figura 7B** - possibilidade de resposta para a representação de  $6/24$  na figura dada



**Fonte:** elaborado pelo autor

<sup>2</sup> Para aprofundamento no assunto, vide Cans; Moretti (2023, p. 153–177).



O conjunto das figuras geométricas formam claramente um CRS-R, mas isso não acontece com o conjunto das frações colocadas desse jeito: é bem formado e se relaciona com o conjunto das figuras geométricas, mas não há alguma operação interna definida. O conjunto dessas frações está bem próximo de um CRS-A, pois entre os seus elementos não há ligação alguma formulada.

Na passagem da figura à fração, a fração obtida corresponde a uma síntese do que pode ocorrer com as operações semiocognitivas efetuadas na figura. Já a Figura 7B, quando se pede para colorir parte da figura que corresponda a uma dada fração, os elementos significantes, como aqueles da Figura 7A, não aparecem: os alunos procuram a forma mais congruente de resposta. Este fenômeno foi observado por Moretti e Brandt (2014) para o caso dos problemas aditivos na situação em que a expressão matemática e dada para que o aluno dê o enunciado do problema.

#### **- Conjunto dos números racionais na forma decimal com vírgula ( $Q_v$ ).**

Da mesma forma como foram definidos  $Q$  e  $Q_f$ , esse conjunto dos números racionais decimais que possuem a forma decimal com vírgula, também possuem as três atividades observadas em  $Q$ .

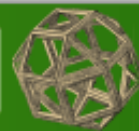
É importante observar que os tratamentos em  $Q_f$  e  $Q_v$  têm naturezas distintas, por exemplo, somar duas frações não é a mesma coisa do que somar dois números na forma decimal com vírgula.

Há ainda outras formas de tratar os racionais, como por exemplo, as dízimas periódicas, os racionais em notação científica etc.

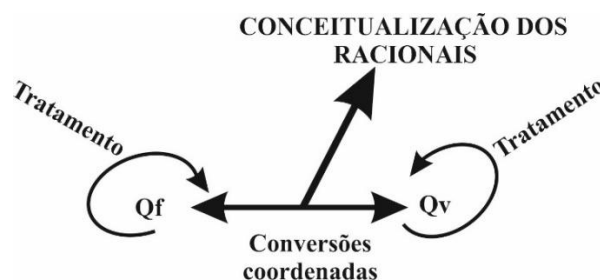
Tratar os racionais de uma forma ou outra tem muito a ver com o comentário seguinte de Duval (1995, p. 42):

Mais especificamente, o problema é saber se a aprendizagem visando a aquisição das atividades de conversão tem a mesma natureza que uma aprendizagem que visa a aquisição das atividades de tratamento.

O esquema de aprendizagem matemática de Duval caracteriza dois tipos de operações semiocognitivas, o tratamento e as conversões coordenadas:



**Figura 8:** hipótese fundamental de aprendizagem centrada na função de objetivação



**Fonte:** elaborado pelo autor a partir de Duval, 1995, p. 67

Esse esquema de aprendizagem matemática proposto por Duval, tem em sua base os tratamentos no interior de cada registro e as conversões coordenadas, e para que essas operações aconteçam, será necessário que os **elementos de base da representação semiótica** sejam destacados.

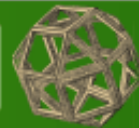
Os conjuntos  $Q_f$  e  $Q_v$  são, do ponto de vista matemático, o mesmo conjunto dos números racionais. No entanto, segundo Moretti (2023, p. 363), do ponto de vista semiocognitivo há uma diferença enorme entre eles apenas por conta da forma como são apresentados, pois implicam sentidos distintos:

Essa análise passa pela ideia de Frege (1978) quando destacou a importância do sentido que é dado ao significante/significado no interior de um mesmo sistema semiótico, de onde surge a questão fundamental: esses diferentes sentidos são suficientes para que se considere, atendendo ao menos a um ponto de vista didático, sistemas semióticos distintos?

## 2.4 - Sistemas de numeração

O sistema de numeração decimal, como o é o caso do sistema decimal não posicional egípcio, é um registro (CRS-R), assim como os sistemas posicionais decimal (base 10), hexadecimal (base 16), sexagesimal (base 60), binário (base 2) etc. Todos eles possuem regras de formação, operações básicas internas e podem ser associados a outros registros (transformações entre eles mesmo, por exemplo).

Acrescentamos a isso o fato de que a aprendizagem de formação de cada registro também é pré-requisito uma vez que está intimamente ligado à aprendizagem do tratamento. Muitos problemas que envolvem operações com números naturais estão



relacionados ao conhecimento da formação do sistema de numeração: lembremos, por exemplo, a dificuldade de compreensão do “vai um” nas operações de adição ou de “tomar emprestado” nas de subtração.

## 2.5 – Problemas com figuras em geometria

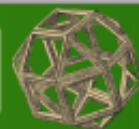
Um problema em geometria, em geral, comporta um enunciado e uma figura inicial relacionada ao enunciado. Em alguns casos, o enunciado é dispensado uma vez que as informações podem estar diretamente colocadas na própria figura; em outros casos, a figura deve ser construída a partir do enunciado: não confundir essa construção com operações figurais com fins heurísticos. Nessa situação temos dois CRS-R:

- o enunciado em língua natural. É o registro mais importante, formado pela língua natural. O tratamento utiliza elementos semióticos de base da língua natural aplicados ao caso da geometria;
- e a figura que é formada pelos elementos semióticos de base da geometria aplicados às figuras geométricas (ponto, reta, ângulo, área, perímetro, polígonos etc.). As operações internas comportam uma diversidade de operações figurais, entre elas, a reconfiguração intermediária, translação, rotação etc.

## 2.6 – Gráfico e equação

Em 1988 Duval publica o artigo “Graphiques et équations: L’articulation de deux registres” traduzido em Duval (2012) que contém as bases para a apreensão global qualitativa no esboço de curvas. O estudo no esboço de funções e equações é um único registro quando tratamos com elementos de geometria analítica e do cálculo diferencial e integral no ensino superior. No entanto, do ponto de vista didático, o seu estudo no ensino básico comporta diversos subsistemas semióticos de representação, entre eles, o sistema no esboço de retas, parábolas, exponenciais etc. Assim, como assinala Benveniste (2014), um sistema semiótico deve ter, em princípio, a capacidade de produzir novos sistemas semióticos. Duval (2011) começa com a reta em sua forma  $y = ax+b$  e discute as transformações considerando valores particulares para  $a$  e  $b$  e posições da reta no plano cartesiano, conforme são mostrados nos Quadros 3 e 4 a seguir.





**Quadro 3** - Valores e variáveis visuais para  $y = ax + b$  no plano cartesiano

Variáveis visuais	Valores	Unidades simbólicas correspondentes	
Sentido da inclinação	ascendente descendente	coefic. $a > 0$ coefic. $a < 0$	ausência de sinal presença do sinal –
Ângulo com os eixos	partição simétrica ângulo menor ângulo maior	coefic. $a = 1$  coefic. $a < 1$ coefic. $a > 1$	não há coefic. escrito há coefic. escrito há coefic. escrito
Posição sobre o eixo	corta acima corta abaixo corta na origem	adiciona-se constante subtrai-se constante sem correção aditiva	sinal + sinal – ausência de sinal

Fonte: adaptado de Duval, 2011, p. 101

**Quadro 4** - Identificação e integração, com exemplos, de 18 representações de variáveis visuais

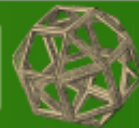
Sentido da inclinação	ângulo	Posição (da reta)	Exemplos
$> 0$	$= 1$	(na origem)	$y = x$
		+ (acima da origem)	$y = x + 1$
		- (abaixo da origem)	$y = x - 1$
	$> 1$	(na origem)	$y = 2x$
		+ (acima da origem)	$y = 2x + 1$
		- (abaixo da origem)	$y = 2x - 1$
	$< 1$	(na origem)	$y = (1/2)x$
		+ (acima da origem)	$y = (1/2)x + 1$
		- (abaixo da origem)	$y = (1/2)x - 1$
$< 0$			

Fonte: Duval, 2011, p. 101

O que Duval (2011, p. 95) pretendia com esse estudo era que:

A leitura das representações gráficas requer dos alunos a discriminação das diferentes variáveis visuais pertinentes constituintes deste tipo de representação. Requer também que os alunos tenham consciência das correspondências entre as variações visuais dos gráficos e as alterações significativas na escrita algébrica da relação.

Os processos de construção das retas, conforme mostram os Quadros 3 e 4, partem de elementos semióticos de base discretos: assim,  $y = x + 3$  uma reta ascendente, uma



vez que o coeficiente angular, ausente na equação, é  $a = 1$ , e que corta o eixo das ordenadas em  $(0, 3)$ , ou seja, acima da origem.

O conjunto das retas reais  $y = ax + b$  é um conjunto em que seus diferentes elementos são caracterizados pelos coeficientes  $a$  e  $b$ , o que leva à reta a uma posição no plano cartesiano, e vice-versa. Esse conjunto assim formado das retas é CRS-R: a **variação com elementos dos coeficientes  $a$  e  $b$**  é que forma os diferentes elementos semióticos desse conjunto. Para enfatizar os papéis de  $a$  e  $b$ , Duval (2011) procede a uma análise de variação qualitativa dos coeficientes  $a$  e  $b$  e de localização da reta no plano cartesiano.

Estudaremos, a seguir, outra situação em que o estudo das retas prioriza de antemão a taxa de variação (o coeficiente angular  $a$ ).

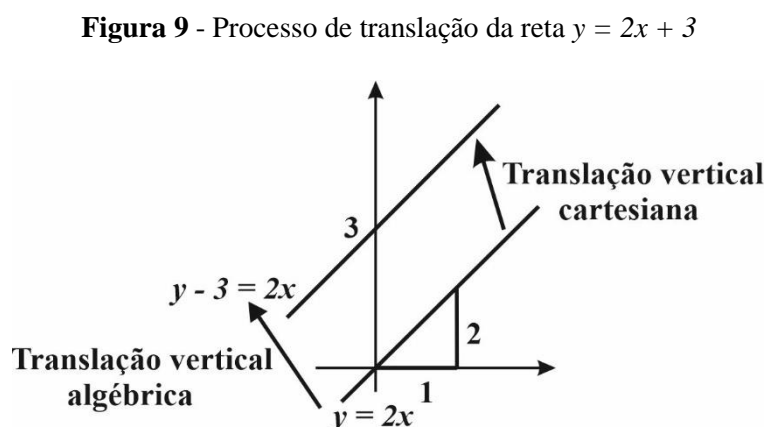
#### - estudo da reta com operações de translação.

A reta real  $y = ax + b$  é considerada em sua forma  $y - b = ax$  em que  $a$  é a taxa de variação de  $y$  em relação a  $x$  (coeficiente angular). Assim, temos as seguintes condições de translações para a reta  $y = ax$ :

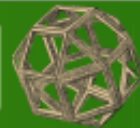
se  $b > 0$ , caracteriza uma translação vertical para cima em  $b$  unidades;

se  $b < 0$ , caracteriza uma translação vertical para baixo de  $b$  unidades.

Assim, a reta  $y = 2x + 3$  (ou  $y - 3 = 2x$ ) é obtida a partir da reta  $y = 2x$  em uma translação vertical para cima de 3 unidades, conforme mostra a figura a seguir:



Fonte: elaborada pelo autor



A reta  $y = 2x$  (ou  $y - 0 = 2(x - 0)$ ), passa pela origem e tem taxa de variação 2 o que sinaliza o ponto  $(1, 2)$ . É importante observar que as escalas em ambos os eixos não são as mesmas o que pode dar uma impressão equivocada do ângulo com que a retas formam com o eixo das abscissas.

Ambos os conjuntos são bem formados, além das operações já remarcadas no caso anterior, possuem operações internas de translação em cada conjunto: uma translação algébrica e outra geométrico-cartesiana. A conversão se dá entre o sistema de representação algébrico e o cartesiano. Portanto, ambos os sistemas possuem as três atividades: formação, tratamento e conversão o que os caracterizam como CRS-R.

Os termos do Quadro 3 como “Sentido da inclinação” e “Ângulos com os eixos” são estudados com a reta na origem. Após o movimento de translação, o outro elemento do Quadro 3 da “Posição sobre o eixo”, e elementos do Quadro 4 podem ser estudados. Outra questão importante a ser considerada é que o estudo da reta inicialmente posicionada na origem valoriza o papel da taxa de variação uma vez que é esse o coeficiente observado inicialmente.

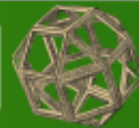
A ideia de translação no esboço de curvas pode ser aplicada a muitas outras funções ou equações e os interessados nesse assunto podem consultar o e-book Moretti e Sabel (2022).

## 2.7 – Raciocínio e demonstração

O raciocínio caracteriza-se por dois modos, segundo Duval (1995):

- um deles diz respeito ao caminho que, a partir de uma ou mais proposições, chega-se a uma outra proposição como conclusão. As demonstrações em matemática são exemplos dessa situação em que a linguagem natural é fortemente utilizada: é o caso dos problemas apresentado no Quadro 1;
- o outro modo, “procede-se por antecipação selecionando-se aquelas que são confirmadas” (p. 209). Essa última situação não está ligada à utilização da linguagem, mas à manipulação de instrumentos ou objetos.

A demonstração em matemática é uma das formas mais complexas de atividades matemáticas: o quadro a seguir exemplifica essa situação na demonstração da versão LIV OU do problema apresentado no Quadro 2.

**Quadro 5** - Análise na demonstração LIV OU do problema do Quadro 1

Passos da demonstração	Tratamentos e conversões	Tipo de Expansão
Como $ABED$ é paralelogramo $\Rightarrow o = m$ ;	Ling. natural, apreensão atenta e ling. algébrica	figural cognitiva
Como $BCED$ é paralelogramo $\Rightarrow o = n$ ;	Ling. natural, apreensão atenta e ling. algébrica	figural cognitiva
Uma vez que $o = m$ e $o = n \Rightarrow m = n$ ;	Ling. natural, apreensão atenta e ling. algébrica	discursiva por acumulação
Como $m = n$ , então $B$ é ponto médio de $AC$ .	Ling. natural, apreensão atenta e ling. algébrica	figural cognitiva

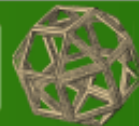
**Fonte:** elaborado pelo autor

As taxas de acertos em ambas as questões foram muito baixas, 11% para a versão CHAP e 34% para a versão mais congruente LIV OU. As “idas e vindas” entre os três registros, da linguagem natural, linguagem algébrica e figuras geométricas são observáveis nessa demonstração o que a torna uma atividade complexa por si só. Mas, a isso somam-se as expansões que são exigidas, em especial, o caso da expansão figural cognitiva que assegura que os lados opostos do paralelogramo possuem a mesma medida ( $o = m$  e  $o = n$ ).

## CONCLUSÃO

Diferenciar o conjunto de representação semiótica assistemático (CRS-A) do conjunto de representação semiótica sistemático (CRS-S) significa dar um passo didático importante uma vez que o novo conjunto semiótico passa a exibir com mais clareza elementos significantes pertencentes ao conjunto. Se esse passo não foi suficiente para torná-lo um registro de representação semiótica (CRS-R), mas caminha no sentido de tornar mais claro o papel de cada elemento do conjunto: no caso da placa de sinalização, por exemplo, a faixa vermelha em qualquer uma delas é uma proibição que toma mais significação ainda quando se junta aos outros elementos da placa e a via rodoviária onde está sendo exibida.

Quando se trabalha os conjuntos como um CRS-R ou CRS-S o que se procura é dar uma valorização semiocognitiva daquilo que se considera importante. Assim, para a reta  $y = ax + b$ , Duval (2011) tratou de forma coordenada os coeficientes  $a$  e  $b$  tanto do ponto de vista algébrico quanto do ponto de vista geométrico-cartesiano, e não como é feito habitualmente por meio de uma tabela de dois pontos que são localizados no plano



cartesiano para em seguida a reta ser traçada. Já no processo de translação da reta, o que é ainda mais valorizado inicialmente é a taxa de variação (derivada de primeira ordem de  $y = ax + b$ ), uma vez que a reta é considerada inicialmente na origem do sistema cartesiano, e só depois disso, por meio de translação, é que o coeficiente  $b$  “vai aparecer”: as variações algébricas e geométrico-cartesianas também acontecem de forma coordenada.

Enfim, do ponto de vista didático é importante considerar os conjuntos de representação semiótica e torná-los, quando possível, como sistemáticos.

## REFERÊNCIAS

ANDRINI; A. VASCONCELLOS, M. J. *Praticando Matemática*, 6. São Paulo: Editora do Brasil, 2012.

BUYSENS, E. *Les langages et le discours: essai de linguistique fonctionnelle dans le cadre de la sémiologie*. Bruxelles: Éditeurs de société coopérative, 1943.

BUYSENS, E. *Semiologia e comunicação e linguística*. Trad. I. Bilkstein. São Paulo: Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.

CANS, Adalberto; MORETTI, Mércles T. Desconstrução geométrica: gesto intelectual essencial ao ensino e à aprendizagem da geometria. In: MORETTI, Mércles T. e SABEL, Eduardo. (Org). *Florilégio de pesquisas que envolvem a teoria semiocognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval-parte 2*. Florianópolis: GPEEM/UFSC, 2023.

Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/203982>

DUPUIS, C.; DUVAL, R.; PLUVINAGE, F. Étude sur la stabilité de la géométrie en fin de troisième. In *Géométrie au premier cycle*. Tome II. Publication de la A.P.M.E.P., n. 22, 1978.

DUVAL, R. *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels* (1<sup>a</sup> ed.). Peter Lang, 1995.

DUVAL, R. Gráficos e equações: a articulação de dois registros. Trad. Mércles T. M. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 6, 96-112, 2011.

FREGE, G. *Lógica e filosofia da linguagem*. Trad. Paulo Alcoforado. São Paulo: Editora Cultrix, 1978.

MORETTI, Mércles T. BRANDT, C. F. Dificuldades na resolução de problemas aditivos a uma operação: ponto de encontro esclarecedor à luz da noção de congruência semântica. *Acta Scientiæ*, V. 16, N. 3, 2014.



MORETTI, Mércles T. SABEL, E. (Org). Gráficos e equações: abordagem global qualitativa segundo Raymond Duval. Florianópolis: **Revemat/GPEEM/UFSC**, 2022.

MORETTI, Mércles T. A noção de registro em Raymond Duval. In: MORETTI, Mércles T. e SABEL, Eduardo. (Org). **Florilégio de pesquisas que envolvem a teoria semiocognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval-parte 2**. Florianópolis: GPEEM/UFSC, 2023.

Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/203982>

MORETTI, Mércles T.; CANS, Adalberto. Releitura das apreensões em geometria e a ideia de expansão figural a partir dos estudos de Raymond Duval. **JIEEM**, 2024. A ser publicado.

PEIRCE, C. S. **Semiótica**. Trad. J. T. C. Netto. 338p. São Paulo: Editora Perspectiva, 2000.

SAUSSURE, F. **Curso de linguística Geral**. Trad. A. Chelini, J. P. Paes, I. Blikstein. São Paulo: Ed. Cultrix, 2008.