

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA SEM FRONTEIRAS: Pesquisa em Educação Matemática

MODELAGEM MATEMÁTICA COMO PROCESSO PARA O DESENVOLVIMENTO DOS PENSAMENTOS ANALÍTICO E REFLEXIVO

MATHEMATICAL MODELING AS A PROCESS FOR THE DEVELOPMENT OF ANALYTICAL AND REFLECTIVE THINKING

José Ocimar Barros de Souza¹

Barbara Corominas Valério²

Resumo

O presente artigo é um recorte de uma dissertação de mestrado Souza (2019) e tem como objetivo apresentar potencialidades do uso da Modelagem Matemática no desenvolvimento dos pensamentos analítico e reflexivo dos estudantes. Neste estudo exploratório, descrevemos e analisamos as relações estabelecidas, ao longo de nove encontros, por um grupo de jovens da 1ª série do Ensino Médio de uma escola particular da cidade de São Paulo, na investigação de um tema de seu interesse: Aquecimento Global. Os estudos, discussões e análise das respostas a um questionário apontaram que as atividades desenvolvidas e as relações estabelecidas durante o processo proporcionaram uma ampla visão do alcance da matemática, principalmente em relação à conexão do mundo real com as ferramentas utilizadas tradicionalmente em sala de aula. Ao final do projeto, foi possível constatar que o caminho da modelagem matemática se constitui uma opção acessível e viável para desenvolver os pensamentos analítico e reflexivo do estudante.

Palavras-Chave: Modelagem Matemática; Ensino de Matemática; Educação Matemática;

Abstract

This article is an excerpt from a master's dissertation Souza (2019), which aims to present the potential of Mathematical Modeling in the development of student's analytical and reflective thought. In this exploratory study, we describe and analyze the relationships established, over nine meetings, by a group of students in the 1st grade of high school at a private school in the city of São Paulo, in the investigation of a topic of their interest: Global Warming. The studies, discussions, and analysis throughout the answers to a questionnaire pointed out that the activities developed and the relationships established during the process provided a broad view of the scope of mathematics, mainly about the connection between the real world and the tools traditionally used in the classroom. At the end of the project, it was possible to certify that the path of mathematical modeling establishes an accessible and viable option to develop the student's analytical and reflective thoughts.

Keywords: Mathematical Modeling; Teaching Mathematics; Mathematics Education;

¹ Mestre em Ciências pela Universidade de São Paulo (USP) no Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática IME-USP. E-mail: ocimarbsouza@gmail.com.

² Doutora em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP). Professora Doutora do Departamento de Matemática do IME-USP, São Paulo, SP, Brasil. E-mail: barbarav@ime.usp.br.

Introdução

Um dos desafios atuais enfrentados pelos docentes consiste em propiciar diferentes estratégias de ensino, visando ao desenvolvimento de atividades que possibilitem ao aluno transformar uma informação ou um conjunto de informações em conhecimento e, portanto, gerar compreensão. Para Dewey (1933), a compreensão resulta da aquisição de sentido dos fatos para o aprendiz. Segundo ele, entender o significado de um conceito, acontecimento ou mesmo de uma situação é compreender suas relações com outros conceitos, acontecimentos e situações. A relação entre os meios e a consequência é o centro e a essência de toda a compreensão.

Em relação aos diferentes conceitos e concepções acerca do que é informação, concordamos com Bruner (1957), quando afirma que “a coisa mais característica da vida mental, para além do fato de que aprendemos os acontecimentos do mundo à nossa volta, é que constantemente vamos além da informação dada” (BRUNER, 1957, p.218, apud WIGGINS; MCTIGHE, 2019, p. 34). Ir além da informação dada nos remete inevitavelmente ao ato de refletir sobre o seu significado, ou seja, existe uma reflexão.

Wiggins e McTighe (2019) discutem sobre o fato de que a ideia de compreender é seguramente distinta da ideia de conhecer alguma coisa. Segundo essa diferenciação entre conhecer e compreender, é possível, por exemplo, encontrarmos alguém que conheça o teorema de Pitágoras, enunciando-o, inclusive, sem, entretanto, ter a compreensão da amplitude e abrangência de sua utilidade nas diferentes situações em que o mesmo pode ser aplicado. A compreensão envolve pensamentos mais avançados, com conexões mais abrangentes, relacionadas a conceitos, instruções, descrições, princípios, procedimentos, manipulação de dados, elaboração de hipóteses e teorias, julgamento e tomada de decisão.

Para Bruner (1957), o pensamento analítico é uma forma de pensamento com o objetivo de compreender as situações por meio da decomposição em partes mais simples. Segundo ele, tal pensamento é condição primordial para a resolução de uma situação-problema, uma vez que, para sua compreensão e solução, são necessárias uma sequência de etapas: definição do problema, formulação da hipótese, coleta de dados, condução da análise e, por fim, desenvolvimento da solução. Segundo Dewey (1933), desenvolver um pensamento reflexivo é estar em um constante processo de discernimento e compreensão da situação-problema, no intuito de melhor conduzir as ações para compreendê-la e, em instância derradeira, solucioná-la.

Refletindo sobre as concepções apresentadas por esses pensadores, pode-se concluir que o ato de aplicar matemática, na busca da compreensão de uma situação real, consiste necessariamente no exercício e desenvolvimento dos pensamentos analítico e reflexivo. Em consonância com essas concepções, acreditamos que o uso da Modelagem Matemática potencializa o desenvolvimento dessas modalidades de pensamento.

Neste contexto, o presente trabalho tem por objetivo apresentar potencialidades do uso da Modelagem Matemática no desenvolvimento dos pensamentos analítico e reflexivo dos estudantes. As atividades foram realizadas ao longo de nove encontros, durante os meses de abril e setembro de 2019, por um grupo de estudantes do 1º ano do Ensino Médio de uma escola particular da cidade de São Paulo. Espera-se, assim, trazer indicativos de que, ao escolhermos a modelagem matemática como metodologia de ensino, contribuiremos para o desenvolvimento dos pensamentos analítico e reflexivo dos estudantes.

Operações de Pensamento e a Modelagem Matemática

Raths et al. (1977) defendem ser necessário, no contexto escolar, um conjunto de operações mentais imprescindíveis ao desenvolvimento do pensamento, a serviço da construção do conhecimento. Operações como observação, comparação, classificação, resumo, obtenção e organização de dados, planejamento, codificação, levantamento de hipóteses e tomada de decisão são indispensáveis para a resolução de problemas. Dada a sua relevância à resolução de situações-problema, essas operações devem permear o trabalho docente, independente da ordem em que elas sejam estimuladas e desenvolvidas em sala de aula.

A modelagem matemática é uma estratégia que visa à aprendizagem do estudante, num ambiente permeado por situações-problema que favoreçam o desenvolvimento de habilidades, como: a capacidade de interpretar e manipular dados brutos; ler e interpretar informações apresentadas por meio de tabelas e/ou gráficos; identificar informações relevantes; aplicar o raciocínio lógico, hipotético e dedutivo; formular e analisar hipóteses; realizar conjecturas; generalizar; construir argumentações consistentes para tomar decisões responsáveis e coerentes; e, por fim, analisar situações reais de forma crítica e reflexiva.

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (2018), a modelagem matemática pode ser utilizada como estratégia de aprendizagem.

Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. (BRASIL, 2018, p. 266).

No senso comum, a ação de modelar alguma coisa está relacionada a elaborar algo por meio de um modelo ou por molde, retratar um fenômeno de forma precisa, fazer por molde, ou ainda, reproduzir uma realidade com precisão. Se nos basearmos nisso, podemos pensar que a única finalidade do ato de modelar é, por si só, a produção do modelo, do molde, ou seja, a obtenção do produto. De forma pragmática, o ensino da matemática tem sido conduzido, em muitas das escolas, com priorização do conteúdo, do resultado, dos algoritmos prontos, das canções para memorizar tabelas e fórmulas, tudo a serviço do resultado. No âmbito dessa reflexão, concordamos com Bassanezi (2014), quando afirma que na maioria das Instituições de Ensino, principalmente em relação ao ensino de matemática, a ênfase maior é dada ao produto, implicando invariavelmente na desvalorização do processo.

Bassanezi propõe: “Chamaremos simplesmente de Modelo Matemático um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado.” (BASSANEZI, 2014, p. 20). Em relação à modelagem matemática, define:

“é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade da provisão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. A modelagem é eficiente a partir do momento em que nos conscientizamos que estamos sempre trabalhando com aproximação da realidade, ou seja, que estamos elaborando sobre representações de um sistema ou parte dele.” (BASSANEZI, 2014, p. 24).

De modo resumido, podemos dizer que a modelagem matemática se relaciona com o processo, ou seja, a maneira como os eventos ocorrem, já o ato de modelar relaciona-se diretamente com o modelo matemático. Nesse sentido, o convite: “vamos elaborar um modelo matemático!” pode lançar luz apenas ao resultado. Em contrapartida, a proposta

“vamos desenvolver esse tema utilizando Modelagem Matemática!” certamente explicita a preocupação com o processo, em todas as suas etapas.

É evidente que a modelagem matemática também privilegia o modelo matemático, ou seja, a estrutura final, pois será por meio do modelo matemático que poderemos compreender de forma crítica a realidade para, quem sabe, modificá-la. O que queremos explicitar é que o produto não deve ser o único foco do trabalho docente.

Para Bassanezzi (2014), o professor que aceita o caminho da modelagem matemática como método de ensino tem como desafio ajudar o estudante a compreender, por meio da construção de modelos matemáticos, cada etapa do processo daquilo que estiver estudando. Nesse processo, professor e estudante tornam-se, ao mesmo tempo, aprendizes e protagonistas.

Na construção de modelos matemáticos, inevitavelmente, precisaremos utilizar uma simbologia adequada, de modo a analisar o fenômeno ou objeto estudado. Também é certo que professor e estudante se deparem com a necessidade de compreender, avaliar e aplicar novos conceitos, por vezes não previstos. Aqui reside uma nova visão de ensino, que pode vir a ser um obstáculo ao professor, tendo em vista que a escolha da modelagem matemática como estratégia de ensino pressupõe o rompimento da barreira tradicional, em que os assuntos, dispostos de forma crescente e sequencial, estão estabelecidos nas grades curriculares das escolas.

Para complementar as operações de pensamento descritas anteriormente, apresentamos, segundo Bassanezi (2014), outro grupo de operações significativas que podem ser desenvolvidas durante o trabalho com a modelagem matemática:

Experimentação – “É uma atividade essencialmente laboratorial onde se processa a obtenção de dados” (BASSANEZI, 2014, p. 26). Nessa etapa, a adoção de técnicas e métodos estatísticos na pesquisa experimental pode dar maior ou menor grau de confiabilidade aos dados obtidos.

Abstração – “É o procedimento que deve levar à formulação de modelos matemáticos” (BASSANEZI, 2014, p. 27). Nesta fase, procura-se estabelecer adequadamente a seleção das variáveis, problematização, formulação de hipóteses e, ainda, a simplificação.

Resolução – “O modelo matemático é obtido quando se substitui a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente” (BASSANEZI, 2014, p. 29).

Validação – “É o processo de aceitação ou não do modelo proposto. Nessa etapa, os modelos, juntamente com as hipóteses que lhe são atribuídas, devem ser testadas em confronto com os dados empíricos...” (BASSANEZI, 2014, p. 30).

Modificação – “Alguns fatores ligados ao problema original podem provocar a rejeição ou aceitação dos modelos” (BASSANEZI, 2014, p. 30). Nesse momento, alguns ajustes e modificações podem ser necessários.

Para Almeida e Silva (2014), a configuração de como ocorre a transição entre as situações inicial e final em uma atividade de modelagem matemática não é algo universal, ou seja, não se dá de forma única. Nesse sentido, as múltiplas operações de pensamento definidas por Raths et al. (1977) podem ser desenvolvidas em diferentes fases da modelagem matemática, as quais podem ser requisitadas mais de uma vez. Entretanto, também não se acredita que fases específicas do processo de modelagem podem propiciar o desenvolvimento de certas operações de pensamento em detrimento de outras. Por exemplo, se estivermos num momento inicial de experimentação, em que a obtenção dos dados está sendo processada, é mais provável que as operações de observação, comparação e classificação sejam requisitadas, em detrimento da operação de decisão. Porém, conforme já observado, como não há uma ordem hierárquica entre tais operações, a operação de decisão pode antecipar a de classificação se, por acaso, houver a necessidade de se decidir por dispensar os dados coletados. De acordo com as autoras, as fases de modelagem matemática são caracterizadas como: inteiração, matematização, resolução, interpretação dos resultados e validação. A seguir, apresentamos de forma resumida as fases definidas por Almeida e Silva, procurando, segundo a nossa compreensão, correlacioná-las às operações de pensamento que julgamos essenciais ao trabalho com a Modelagem Matemática:

Inteiração – Essa etapa representa o primeiro contato com a situação problema que se pretende estudar. Nela, devemos nos cercar de informações e dados quantitativos e qualitativos para que, de forma reflexiva, possamos realizar a formulação do problema e a definição de metas para a sua resolução. A escolha do tema e a busca de informações se constituem como foco central nesta fase. Operações de pensamento relacionadas às

habilidades de observação, comparação, classificação, organização e decisão são necessárias.

Matematização – De modo geral, a situação problema identificada na fase de interação apresenta-se na linguagem natural, não estando diretamente ligada a uma linguagem formal da matemática. Assim, torna-se necessária a apropriação de um vocabulário específico, evidenciando matematicamente o problema a ser resolvido. As operações de pensamento relacionadas à formulação de hipóteses, suposições, imaginação e codificação poderão surgir durante o processo de matematização.

Resolução – É nesta fase que é decidido e construído o modelo que será utilizado para representar o problema. Interpretação, tomada de decisão, crítica e escolha do modelo são operações necessárias nessa etapa.

Interpretação dos resultados e validação – Essas duas fases ocorrem concomitantemente, pois a interpretação do modelo obtido na fase de resolução implica na análise e reflexão para a sua validação. Entendemos que o papel do modelo deve ir além de apenas interpretar a realidade: deve propiciar ao estudante a oportunidade de desenvolver uma leitura crítica do meio que o cerca, ou seja, que ele seja capaz de propor questionamentos sobre a realidade estudada. Decisão, hipóteses, crítica e interpretação são operações necessárias nessa etapa.

Almeida e Silva (2014) destacam a impossibilidade de prever o tempo que deverá ser destinado a cada fase, tendo em vista os diferentes obstáculos nelas presentes e, ainda, a dinâmica de cada atividade prevista. Ainda segundo as autoras, é essencial, em cada fase, que o professor mantenha o foco no desenvolvimento cognitivo do estudante, por meio de observações acerca do seu comportamento, expressão, questionamento e interpretação do problema estudado. Entendemos, ainda, que as fases no processo de modelagem matemática, segundo Almeida e Silva (2014), podem ser consideradas como operações de pensamento.

Bassanezi (2014) diz que o ensino tradicional da Matemática cujos conteúdos apresentam-se quase sempre bem delineados, numa sequência de pré-requisitos estruturados para a cobertura de um programa, configura-se como uma das principais dificuldades para a adoção do processo de modelagem matemática. Segundo ele, a melhor maneira de se aprender a trabalhar com modelagem matemática é fazendo modelagem. Em sala de aula, podemos utilizar a modelagem matemática por meio de situações-

problema já estabelecidas e definidas pelo professor e, ainda, por meio de situações-problemas oriundas das necessidades dos estudantes, que podem ser definidas pelo professor e/ou pelos estudantes.

No trabalho desenvolvido, optamos por usar a modelagem matemática numa situação-problema apresentada pelos estudantes, ou seja, numa situação real, escolhida por eles.

Procedimentos Metodológicos

O trabalho desenvolvido está baseado em uma pesquisa exploratória (GIL, 2011) e envolveu estudantes da 1ª série do Ensino Médio de uma instituição privada de ensino, localizada na região de Osasco, da grande São Paulo, sendo um dos autores do trabalho, professor na escola e dos estudantes participantes. Ocorreram nove encontros, com uma hora de duração cada, entre os meses de abril e setembro de 2019. Os encontros foram realizados no contraturno e contaram com a participação de 18 estudantes entre os meses de abril e junho e, após o período de férias em julho, seguiram no projeto cinco estudantes. A participação no projeto foi voluntária e o convite foi feito pelo professor e pesquisador a todos os estudantes da 1ª série do Ensino Médio. Os estudantes se dividiram inicialmente em quatro grupos, sendo que o grupo que finalizou o projeto era formado apenas por estudantes de uma mesma turma. Entendemos que este fator contribuiu para que o grupo se mantivesse unido, pois eles aproveitavam momentos durante o período regular de aulas para falar sobre o projeto, o que não ocorreu nos outros grupos.

Foram analisados os materiais produzidos em aula e as respostas obtidas em um questionário disponibilizado no último encontro com o grupo. As questões elaboradas foram dissertativas, ou seja, questões abertas, conforme Gil (2011). Esta escolha foi feita para permitir que os estudantes pudessem descrever de forma detalhada as impressões que tiveram com o desenvolvimento do projeto. O vínculo existente entre os estudantes e um dos pesquisadores envolvidos favoreceu que as questões dissertativas fossem bem aceitas.

A seguir, apresentaremos uma síntese do que ocorreu nos encontros, focando a atenção no trabalho desenvolvido pelo grupo que participou dos nove encontros, o qual será denominado, apenas para facilitar a redação, por “Grupo1”.

Aquecimento Global: problema norteador

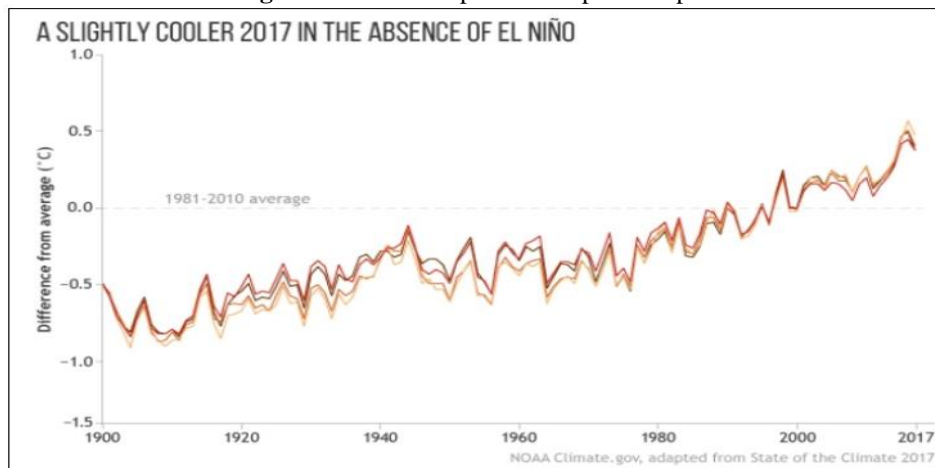
No que segue, destacaremos objetivos, entraves, avanços e conquistas, segundo as bases teóricas adotadas. É interessante observar que embora houvesse uma intencionalidade em todos os encontros, com objetivos pré-estabelecidos, registrou-se, como era esperado, o elemento-surpresa, ou seja, estudos e necessidades que surgiram no momento das discussões. Tais elementos-surpresa podem ser considerados, segundo Bassanezi (2014), vantagens e obstáculos do trabalho com a modelagem matemática. Por exemplo: ter que discutir sobre ajuste de curvas com os estudantes constituiu-se como um desafio, mas ao mesmo tempo, também uma conquista, no sentido de colocá-los diante de um tema que, em geral, não está previsto para ser desenvolvido no ensino médio.

No primeiro e no segundo encontros, tivemos como objetivo apresentar a proposta do projeto, formar os grupos e escolher os problemas que seriam estudados. Após os grupos formados, os estudantes deveriam pesquisar sobre temas de interesse com potencialidade para o desenvolvimento de um trabalho com modelagem matemática. O tema a ser trabalhado por cada grupo foi definido no segundo encontro. Os temas escolhidos foram: os assaltos na região de Osasco; a qualidade do asfalto utilizado nas vias públicas de Osasco; o trânsito na região de Osasco; e o aquecimento global. Este último tema foi o escolhido pelo grupo que concluiu o projeto.

No terceiro encontro, os grupos começaram a trabalhar com informações que trouxeram sobre o tema do projeto escolhido. O Grupo1 apresentou uma pesquisa sobre aquecimento global, dados sobre os maiores emissores de gases do efeito estufa, algumas estatísticas referentes ao aquecimento global e um gráfico sobre a média da variação da temperatura no planeta. O gráfico apresentado está reproduzido na figura 1, a seguir.

Por escolha do Grupo1, o foco inicial da nossa discussão não foi direcionado às possíveis causas do aquecimento global, como por exemplo, a poluição ou o efeito estufa. Nosso olhar foi direcionado à análise do gráfico, visando a sua interpretação. Com a análise do gráfico, novos conceitos, como ajuste de curvas e tendência de crescimento, foram acrescentados à discussão.

Figura 1 – Gráfico apresentado pelo Grupo1



Fonte: <https://www.climate.gov/news-features/featured-images/2017-state-climate-global-surface-temperature>

Esses primeiros elementos foram suficientes para se discutir sobre a possibilidade de analisar a tendência do gráfico apresentado. Afirmações sobre a tendência do gráfico, tais como: "ele desce e sobe", "não cresce de forma igual" e "pode ser que continue crescendo" foram fomentadas por professor e estudantes. O grupo, com o auxílio e participação do professor, estabeleceu a seguinte problemática: "Qual a função mais apropriada para representar o gráfico analisado?". O conceito de função foi retomado como relação de dependência entre duas variáveis, no caso, o tempo, em anos, e a variação média de temperatura anual, em graus Celsius ($^{\circ}\text{C}$).

É importante ressaltar, nessa fase de interação do problema, que diferentes operações de pensamento foram solicitadas e desenvolvidas: comparação, observação, interpretação e levantamento de hipóteses. Também foi possível constatar, nessa etapa, o que destacou Bassanezi (2014), em relação às vantagens da adoção do trabalho com modelagem matemática, no que se refere ao ganho no campo argumentativo.

Nos encontros que se seguiram, vários conceitos matemáticos foram abordados com o objetivo de se resolver a questão levantada. Questões como ajuste de curvas, método dos mínimos quadrados, função polinomial do 1º grau, conceitos de geometria plana, conceitos de matriz, matriz transposta, produto de matrizes, gráficos e tabelas surgiram naturalmente no desenvolvimento do projeto. Todos os conceitos foram pesquisados pelos estudantes e discutidos nos encontros.

Devido à natureza do problema, foi necessário obter a lei de formação da função, a partir de uma tabela de valores. Este tipo de análise foi muito interessante para os

estudantes, pois eles estavam acostumados com o problema inverso, isto é, traçar um gráfico a partir de uma função dada. Todo este trabalho propiciou muita discussão no grupo.

Também foi utilizado o software Excel para a solução do problema do ajuste de curvas. Os estudantes ficaram positivamente surpresos com o fato de a ferramenta obter praticamente a mesma equação obtida por meio de extensos cálculos, realizados pelo grupo em encontros anteriores. Nesse instante, foi retomado o fato de a tecnologia ser grande aliada ao avanço do conhecimento científico, no sentido de ampliar a capacidade de observação, comparação de resultados, interpretação, experimentação e abstração, operações essenciais à modelagem matemática.

Em todos os encontros, os estudantes eram incentivados a compartilharem os seus estudos, conclusões e dúvidas, favorecendo o desenvolvimento do pensamento analítico e reflexivo, uma vez que a análise da situação-problema exigia a mobilização de várias operações de pensamento. Muitos dos cálculos eram realizados conjuntamente na lousa, o que propiciou um ambiente de aprendizagem. Apesar disso, em um dos encontros ficaram evidentes dois obstáculos, conforme prevê Bassanezi (2014), que podem surgir no desenvolvimento de um trabalho com a modelagem matemática: o obstáculo para os estudantes e o obstáculo para os professores. No primeiro, por estarem acostumados com um professor transmissor do conhecimento, os estudantes não conseguiram avançar sozinhos na compreensão dos novos conteúdos e, em alguns momentos, mantiveram-se em silêncio, como se não soubessem o que fazer. Paradoxalmente ao trabalho com modelagem, no segundo, o professor, por também estar inserido há décadas numa mesma sistemática de ensino e, ainda, pressionado pelo fator tempo, ao verificar a "paralisação" dos estudantes diante do novo, imediatamente assumiu o papel de transmissor do conhecimento.

O último encontro foi destinado ao encerramento do projeto, momento em que se determinou o modelo (fórmula) mais adequado ao gráfico que foi proposto para ser estudado e a avaliação de todo o processo. O encontro foi extremamente significativo, pois foi possível verificar que o grupo, incluindo o professor pesquisador, utilizou diferentes operações de pensamento. Também ficou evidenciado o desenvolvimento de importantes fases da modelagem: matematização, resolução, interpretação de resultados e validação.

Considerações finais

O trabalho realizado, mesmo que finalizado por um pequeno grupo de estudantes, lança luz à possibilidade de promover, segundo Moreira (2012), a aprendizagem significativa, favorecendo o desenvolvimento de habilidades e importantes operações do pensamento, por meio de uma diferenciada estratégia de ensino: a Modelagem Matemática. Durante alguns meses, ao longo de nove encontros, foi possível verificar o ganho matemático dos estudantes envolvidos no projeto: leitura, interpretação, uso da tecnologia, cálculo e manipulação de diferentes objetos matemáticos, tomada de decisão, levantamento de hipóteses, conclusão e leitura crítica da realidade e, por fim, reflexão sobre a estratégia utilizada.

No último encontro, os estudantes foram convidados a responderem a um questionário, com o qual tínhamos o objetivo de avaliar o projeto desenvolvido. Neste questionário, uma das questões centrais era: “Você acredita que as aulas regulares de matemática do colégio poderiam ser substituídas por aulas similares às que foram desenvolvidas no projeto? Sim? Não? Justifique a sua resposta”. Das cinco respostas, apenas uma foi negativa.

Os estudantes que responderam “sim” destacam em suas respostas aspectos ligados à participação deles no processo de aprendizagem: “...há bastante interação dos estudantes para com o tema [...] os estudantes explicam aos outros, assim escapando da monotoneidade de o professor explicar a eles”; outro relata: “aulas desse tipo incentivam os estudantes a participarem...”; e outros ainda enfatizam a possibilidade de “botar a mão na massa” e sair da “zona de conforto”. Estas respostas indicam que os alunos reconhecem a importância de não serem apenas ouvintes nos processos de ensino e aprendizagem.

O aluno que respondeu “não”, explicou “como o principal objetivo do colégio são os vestibulares, teríamos falta de tempo para o projeto”. É interessante notar que, neste comentário feito pelo estudante, há indícios de que ele não identificou a modelagem matemática como uma possibilidade para se trabalhar os conteúdos curriculares obrigatórios.

Diante dos desafios, obstáculos, vícios e crenças que permeiam o ensino e aprendizagem da matemática, o professor, preocupado com a aprendizagem de seus estudantes, deve ocupar-se em buscar novas alternativas para a melhoria do processo.

Nesta direção, foi perguntado aos estudantes: “Como você avalia a dinâmica utilizada durante nossos encontros?” Todas as respostas obtidas sinalizam que a dinâmica foi positiva: "nossas aulas foram produtivas e legais."; ou ainda: "boa por permitir os estudantes terem mais oportunidades para aprender por conta própria", o que reforça novamente o protagonismo que o estudante passa a ter nos processos de ensino e aprendizagem quando trabalhamos com modelagem matemática.

Outra pergunta feita ao grupo foi: “Se você tivesse de recomendar este projeto para um amigo da escola, o que diria para ele?”. Com esta pergunta, queríamos saber qual era a opinião dos alunos sobre o projeto. As respostas obtidas destacam aspectos relacionados às vantagens do uso da modelagem matemática: "recomendaria a qualquer um pois desperta certo interesse durante o projeto e isso deixa bem satisfatória a conclusão dele"; "para ter uma outra visão da matemática e para que ele possa perceber como a matemática pode ser divertida e englobar muitos outros assuntos"; "o projeto é empolgante e que é possível aprender coisas que não se aprendem em sala de aula"; e "projeto legal, onde se aprende matemática com mais profundidade e aprofundar-se em pesquisas sobre os problemas globais".

Faz-se necessária uma leitura crítica em relação às respostas apresentadas no parágrafo anterior, pois elas evidenciam a crença que os estudantes têm dessa disciplina em suas aulas regulares, uma vez que provavelmente não veem a possibilidade do real alcance da matemática, provavelmente pelo trabalho mecânico empregado por seus professores ao longo de sua escolaridade.

Percebemos que a utilização da modelagem matemática como estratégia de ensino requer o rompimento de concepções e crenças sobre a forma como se ensina e se aprende matemática. Durante anos, professores e estudantes conviveram, lado a lado, com um modelo peculiar de trabalho em sala de aula: o modelo baseado no paradigma do exercício (Skovsmose, 2000). Tal paradigma pode ser compreendido como uma prescrição ou receita médica, fazendo com que o formato de uma aula de matemática pareça ser único, imutável e universal, quase sempre seguindo o mesmo roteiro. Inicialmente, o professor apresenta ideias e/ou técnicas matemáticas que apenas ele conhece. Depois, como se em um passe de mágica, são desenvolvidos alguns exemplos de exercícios, os quais se adaptam perfeitamente às ideias e técnicas apresentadas. Para completar essa forma de abordagem, um conjunto de exercícios escolhidos intencionalmente é apresentado aos

estudantes de forma que eles apliquem o que supostamente aprenderam. Seguindo esse padrão, as aulas se alternam, ora o professor usando um tempo maior da aula em sua exposição, ora os estudantes dedicando maior tempo na resolução de listas e situações repetitivas, por vezes, sem nenhum significado. Para reforçar ainda mais essa prática, os livros, apostilas e manuais didáticos apresentam a mesma estrutura, mantendo assim esse ciclo.

Diante desse cenário, a Modelagem Matemática torna-se uma estratégia alternativa que modifica esse ciclo vicioso de aula, uma vez que os problemas abordados direcionam os conteúdos e assuntos a serem estudados, independentemente da forma como eles são apresentados aos estudantes.

Após o desenvolvimento da pesquisa, acreditamos que, das inúmeras possibilidades de trabalho em sala de aula, o caminho da modelagem matemática constitui-se uma opção acessível e viável para desenvolver os pensamentos analítico e reflexivo do estudante. Com os temas definidos, os estudantes tiveram, ao longo dos encontros, a oportunidade de levantar hipótese, propor encaminhamentos para a solução da situação-problema, analisar e validar os resultados obtidos, sempre tentando compreender os dados obtidos na perspectiva de propor novas ações. Assim, a modelagem matemática, é um caminho onde o professor deixa de ser o detentor do conhecimento, e o estudante passa a ter um papel de destaque nos processos de ensino e aprendizagem, favorecendo o desenvolvimento das operações de pensamento.

Acreditamos que a elaboração e utilização de atividades, estratégias e metodologias que favoreçam de forma ampla o trabalho com as múltiplas operações de pensamento, para a análise e solução de situações-problema da realidade, se configuram como ações essenciais para o desenvolvimento dos pensamentos analítico e reflexivo dos estudantes.

Referências bibliográficas

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P. **Modelagem Matemática em foco**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2014.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Editora contexto, 2014.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basencionalcomum.mec.gov.br/imagens/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 23 de fevereiro de 2022.

BRUNER, J.S. **Beyond the information given: studies in psychology of knowing**. New York. W. W. Norton &Company, 1957.

DEWEY, J. **Como pensamos: como se relaciona o pensamento reflexivo com o processo educativo uma reexposição**. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1933.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5. ed São Paulo. Atlas, 2012.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares**. Editora livraria da física. São Paulo. 2012

RATHS, L. E.; JONAS A.; ROTHSTEIN, A. M.; WASSERMANN, S. **Ensinar a pensar**. São Paulo: Editora Pedagógica Universitária, 1977.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, n14, p. 66-91, 2000.

SOUZA, J.O.B. **Modelagem matemática como processo para o desenvolvimento do pensamento analítico e reflexivo**. Dissertação de mestrado. São Paulo: IME-USP. 82 p. 2019. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/45/45135/tde-27042020-152444/pt-br.php> Acesso em 4 de setembro de 2023.

WIGGINS, G.; McTIGHE, J. **Planejamento para a compreensão. Alinhando currículo, avaliação e ensino por meio do planejamento reverso**. Porto Alegre: Fundação Lemann. Instituto Canoa. Editora Penso, 2019.