EDUCAÇÃO MATEMÁTICA SEM FRONTEIRAS:
Pesquisa em Educação Matemática

A COMPREENSÃO DE TEXTO SEGUNDO RAYMOND DUVAL: UM OLHAR MAIS EXCLUSIVO DIRECIONADO À APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

TEXT COMPREHENSION ACCORDING TO RAYMOND DUVAL: A MORE EXCLUSIVE LOOK AT MATHEMATICAL LEARNING

Méricles Thadeu Moretti[1]

Resumo

Um registro semiótico, na perspectiva de Raymond Duval, comporta regras que permitem a combinação de unidades discretas de modo a fazer sentido e, com isso, ser compartilhado por um grupo de pessoas. É o caso do registro em língua natural, o mais importante sistema semiótico, pois ele tem a principal função de comunicação, não só de conteúdos sociais ou mesmo dos conteúdos de disciplinas, mas da relação didática que precisa ser estabelecida em sala de aula. A questão da compreensão de texto passa necessariamente pela análise das variáveis que cercam a organização redacional e o conteúdo cognitivo que se pretende comunicar. Este trabalho visou trazer elementos semiocognitivos que pudessem iluminar a questão da compreensão de texto na aprendizagem matemática.

Palavras-chave: Compreensão de texto; Organização redacional; Conteúdo cognitivo; Segmentação e recontextualização.

Abstract

A semiotic register, from Raymond Duval's perspective, contains rules that allow the combination of discrete units in order to make sense and thus be shared by a group of people. This is the case of the register in natural language, the most important semiotic system because it has the main function of communication, not only of social contents or even of the contents of subjects, but of the didactic relationship that needs to be established in the classroom. The question of text comprehension necessarily involves the analysis of the variables that surround the organization of the text and the cognitive content that it is intended to communicate. This work aimed to bring semiocognitive elements that could illuminate the issue of text comprehension in mathematics learning.

Keywords: Text comprehension; Redactional organization; Cognitive content; Segmentation and recontextualization.

[1] Doutor em didática da matemática/Unistra; Professor do PPGECT/UFSC. mthmoretti@gmail.com
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3710-9873

Introdução

O estudo sobre a compreensão de texto é muito vasta, abrange diversas disciplinas e possui numerosos trabalhos de autores dos mais diversos campos do conhecimento. Neste artigo, pretendemos olhar a compreensão de texto, limitada aos trabalhos de Raymond Duval, em uma perspectiva mais exclusiva que aponte elementos semiocognitivos relacionados à aprendizagem matemática.

Para Duval, diversos são os sistemas semióticos que permeiam a aprendizagem intelectual e podem ser classificados em quatro células conforme apresenta o Quadro 1.

Quadro 1: Diferentes tipos de registros semióticos.

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	**REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA**
REGISTROS PLURIFUNCIONAIS (os tratamentos **não são algoritmizáveis**)	**Célula 11** Língua natural: associações verbais (conceituais); descrição, definição, explicação; Raciocínio: argumento a partir de observações, de crenças...; dedução válida a partir de definição ou de teoremas	**Célula 12** Figuras geométricas planas ou em perspectiva (configurações de formas nas dimensões 0, 1, 2, 3); Apreensão operatória e não somente perceptiva; construção com instrumentos; modelização de estruturas físicas (ex. cristais, moléculas ...)
REGISTROS MONOFUNCIONAIS (os tratamentos são principalmente **algoritmizáveis**)	**Célula 21** Sistema de escrita: - numéricas (binária, decimal, fracionária...); - algébricas; - simbólicas (línguas formais); - cálculo literal, algébrico, formal...	**Célula 22** Gráficos cartesianos (visualização de variações) mudanças de sistema de coordenadas; interpolação, extrapolação.

Fonte: Duval, 2004, p. 52.

Cada uma dessas células de registros possui um léxico de unidades discretas e regras próprias de composição. As regras de composição dos registros monofuncionais são especializadas e seu conhecimento é indispensável para quem pretende operar nesses registros. É o caso, por exemplo, de registros da Célula 21, em que, para resolver uma equação, devem-se aplicar propriedades das igualdades. Diferentemente do caso do registro plurifuncional da língua natural, em que uma criança começa a falar sem conhecer regra alguma de composição: "**Nos registros plurifuncionais não é necessário**

o conhecimento explícito de regras para formar representações que tenham sentido.” (DUVAL, 2004, p. 85, negritos do autor). No entanto,

> A exigência de um conhecimento da explicitação destas regras e de sua aplicação para produzir representações só intervém, por exemplo, na língua natural, **quando se passa de uma prática unicamente oral para uma prática escrita** (DUVAL, 2004, p. 86, negritos do autor).

Para o caso da aprendizagem matemática, esse comentário é muito relevante por uma razão bastante simples, a aprendizagem matemática é uma prática discursiva essencialmente escrita:

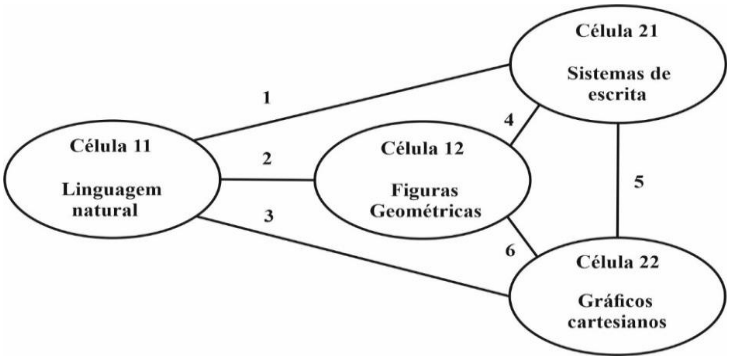
> A escrita e, mais particularmente a escrita alfabética, é o *instrumento da autossemiotização* da língua. Como? Em virtude das seguintes proposições:
>
> 1) A língua é o único sistema significante que pode descrever a si mesmo em seus próprios termos. A propriedade metalinguística é própria à língua, pelo fato de ela ser o interpretante dos outros sistemas.
>
> 2) Porém, para que a língua se semiotize, ela *deve proceder a uma objetivação de sua própria substância*. A escrita torna-se progressivamente o instrumento dessa objetivação formal (BENVENISTE, 2014, p. 155 – 156, itálico do autor).

A Figura 1, a seguir, mostra com bastante eloquência o papel da língua na atividade matemática.

Os registros da Célula 22 também são especializados na denominação de Duval (2004, p. 86), o seu uso exige o conhecimento de regras de composição. Diferentemente dos registros da Célula 12, o caso de uma figura geométrica de um problema de geometria, em que a apreensão perceptiva imediata permite que se reconheçam elementos geométricos sem uma aprendizagem prévia.

De todos os registros, a língua natural é o principal registro, ela está ligada a todos os demais de forma irremediável conforme mostra a Figura 1.

Figura 1: ligação entre vários registros.



Fonte: Autor.

DOI 10.36661/2596-318X.2022v4n2.13229

A compreensão de texto é exigida quando se pretende aplicar uma definição ou um teorema ou, ainda, nos casos das ligações 1, 2 e 3, da língua natural com os demais registros para compreender a formulação do problema e poder fazer uso de procedimentos exigidos para chegar à solução:

- Ligação 1 - designar elementos do enunciado em uma expressão matemática como, por exemplo, em um problema aditivo;
- Ligação 2 - visualizar, ou seja, encontrar os elementos de uma figura e, eventualmente modificá-la para chegar à resolução;
- Ligação 3 - se for o caso, interpretar o gráfico produzido, tendo em vista um fenômeno tratado.

As ligações 4, 5 e 6 que podem ocorrer não excluem a ligação com a Célula 11, a língua natural. Conforme essas ligações nos mostram, a compreensão de texto é um pré-requisito essencial na atividade matemática. No caso em que os registros da Célula 22 exigem aqueles da Célula 21, Duval (2004, p. 86) os denomina de registros mistos, por exigir uma leitura fortemente simultânea.

O texto que segue tratará da compreensão de texto e das conexões entre os diversos registros, em particular o caso dos registros da Célula 11, em que a língua natural é a principal representante.

1 A compreensão de texto na aprendizagem matemática segundo Duval

As transformações entre registros das células mostradas na Figura 1 caracterizam um tipo de operação semiocognitiva denominada conversão, diferente do caso da operação de tratamento que ocorre no interior de um mesmo registro. Ambas as operações, mas principalmente a conversão, podem trazer à baila um fenômeno denominado "congruência semântica", que procura medir, a partir de três critérios, o grau de transparência entre duas representações de um mesmo objeto matemático:

> O primeiro é **a possibilidade de uma correspondência "semântica" dos elementos significantes**: a cada unidade significante simples de uma das representações, associa-se uma unidade significante elementar. Considera-se como unidade elementar, a unidade que pertence ao "léxico" de um registro (DUVAL, 1995, p. 49, negritos do autor).

O segundo critério exige que cada unidade significante em um registro corresponda, tão somente, a uma unidade significante no outro registro e, o terceiro critério, por sua vez, exige que haja a mesma ordem de aparição desses elementos significantes (DUVAL, 1995, p. 49). No caso em que uma conversão cumpre os três critérios, diz-se que é congruente, no caso em que não verifica ao menos um desses três critérios, caracteriza uma transformação não congruente. Neste texto, não iremos avançar muito sobre o assunto da congruência semântica, o leitor poderá aprofundar estudos, nesse assunto, consultando DUVAL (1995, p. 45 – 59), DUVAL (2004, p. 78 – 83) e MORETTI; BRANDT; ALMOULOUD (2022).

O cerne da compreensão de texto em relação à aprendizagem matemática em uma perspectiva semiocognitiva reside na ideia de congruência semântica; são dois aspectos principais:

- um deles é relativo ao conteúdo cognitivo que o texto pretende expressar, e isso afeta o reconhecimento e na seleção das unidades significantes;

- o outro diz respeito à organização redacional do texto que tem a ver com os critérios de congruência (correspondência um a um e a mesma ordem de aparição das unidades significantes).

Na noção de congruência, há uma operação entre dois registros, um registro de partida e outro de chegada. Em geral, se sabe o que se quer e a avaliação do resultado fica mais evidente. No caso do problema aditivo, por exemplo, o registro de partida é a língua natural, e o de chegada é o registro algébrico, quando o aluno chega à formulação correta da equação, supõe-se que ele tenha compreendido o texto.

1.1 Exercícios de aplicação: enunciado-álgebra (ligação 1 da Figura 1)

A tarefa fundamental nos exercícios de aplicação é a Ligação 1, conforme mostra a Figura 1, que mostra a passagem da língua natural para a linguagem algébrica, o que implica na compreensão do enunciado e na operação de conversão. Tal desenvolvimento é apresentado por DUVAL (2004), conforme a Figura 2.

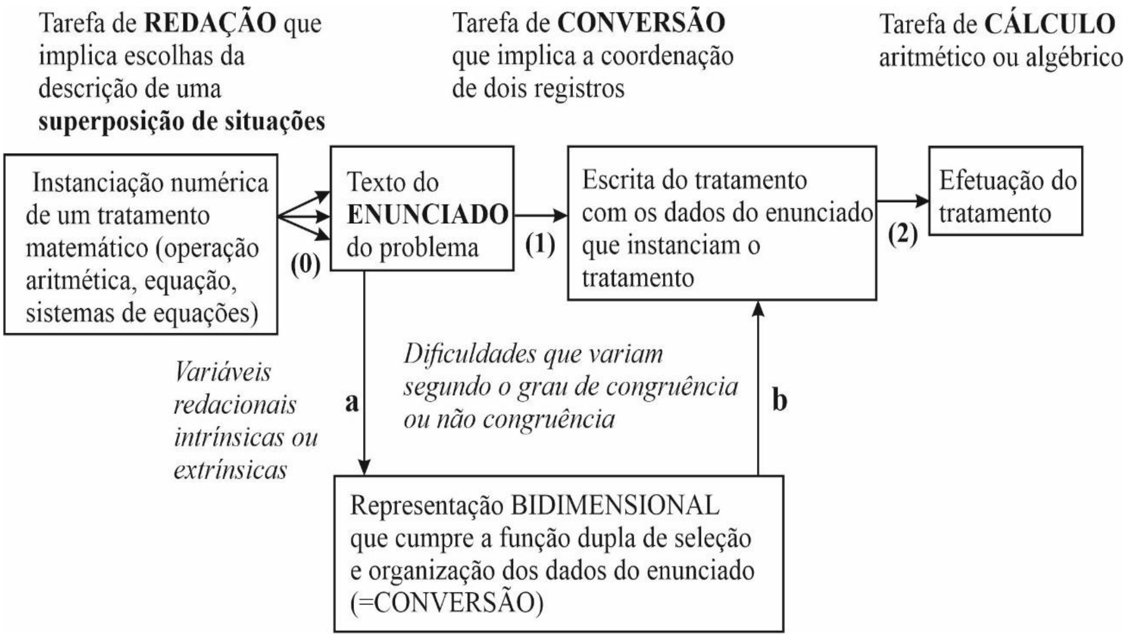
Sobre a Figura 2, temos as seguintes observações:

- (1) a flecha 1 indica o que pode ocorrer com a leitura do enunciado do problema, aqui entra em jogo a operação de designação da função referencial responsável por identificar os elementos pertinentes para a resolução do problema. Pode-se esperar que haja designações puras e funcionais, como no exemplo que trataremos a seguir, de um sistema de equação. Aqui também se estabelece a Ligação 1 da Figura 1. Exemplo:

Problema 1: Um pai tem *22* anos a mais do que seu filho. Calcular as idades do pai e do filho sabendo-se que a soma da idade deles é de *28* anos.
Designando por P a idade do pai e, F a idade do filho, temos o seguinte sistema de equação:

$$\begin{cases} P - F = 22 \\ P + F = 28 \end{cases}$$

Figura 2: Esquema de organização geral para o desenvolvimento de exercícios de aplicação.



Fonte: Duval, 2004, p. 90.

Observemos que a primeira equação do sistema não possui congruência semântica com o enunciado do problema, apesar de ser essa a equação que mantém a equivalência referencial. A equação *P + 22 = F* tem congruência semântica com a primeira parte do enunciado, mas não possui equivalência referencial. Já a segunda equação, *P + F = 28*, possui equivalência referencial e congruência semântica com a segunda parte do enunciado.

- (2). a flecha 2 indica tratamentos matemáticos pertinentes para chegar à solução (Célula 21 da Figura 1).

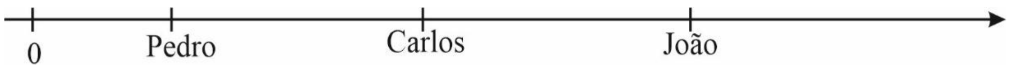
No caso do problema posto anteriormente, a resolução do sistema permite encontrar para o pai e o filho, respectivamente, as idades de 25 anos e 3 anos.

- (3) as flechas (a) e (b) mostram um caminho alternativo de conversão utilizando representações auxiliares. Exemplo:

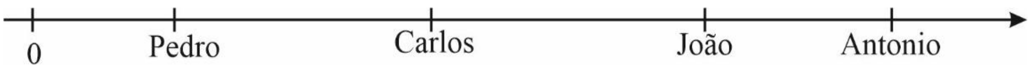
Problema 2. (OBMEP) João é mais velho que Pedro, que é mais novo que Carlos; Antônio é mais velho do que Carlos, que é mais novo do que João. Antônio não é mais novo do que João e todos os quatros meninos têm idades diferentes. O mais jovem é: (A) João. (B) Antônio. (C) Pedro. (D) Carlos.

A solução desse problema pode ser feita usando uma representação auxiliar, a reta orientada (do mais novo ao mais velho) e não graduada. É um tipo de representação auxiliar com as funções heurística e organizacional (Moretti; Baerle, 2022, p. 588-589).

“...[Pedro], que é mais novo que Carlos” e “[...] Carlos, que é mais novo que João” posicionam João, Pedro e Carlos da seguinte maneira:



Falta apenas posicionar o Antônio que pode ser feito com a frase: “Antônio não é mais novo do que João”, e a observação de que “[...] todos os quatro meninos têm idades diferentes” leva Antônio, na reta orientada, à direta de João:



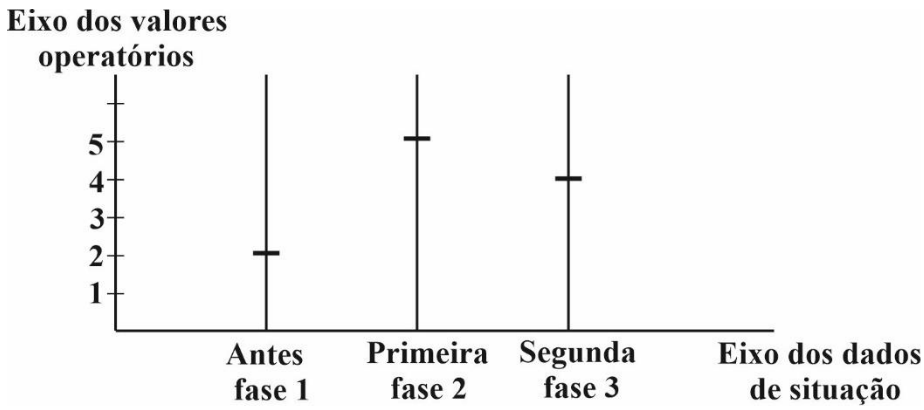
Pela reta orientada, fica fácil de ver que as frases não usadas para a resolução do problema “João é mais velho que Pedro” e “Antônio é mais velho do que Carlos” são dispensáveis, e a frase “os quatro meninos têm idades diferentes” é também desnecessária para a resolução da questão, mesmo que Antônio tivesse a mesma idade de João, uma vez que a frase “Antônio não é mais novo do que João” permite essa possibilidade. Caso a questão demandasse o mais velho, aí a informação “os quatros meninos têm idades diferentes” seria necessária para indicar que Antônio é o mais velho.

Observando-se a reta orientada, pode-se concluir que Pedro, que está mais à esquerda é o mais novo dos quatro meninos.

Para o caso dos problemas aditivos, uma vez que se deve levar em conta os aspectos de seleção e organização dos dados, Duval (2004, p. 93) preconiza que o esquema alternativo de aprendizagem utilizado precisa ter a natureza bidimensional. Para o problema aditivo: “Pedro tem 2 bolinhas de gude. Ele joga duas partidas. Na primeira ele ganha 3 bolinhas. Na segunda ele perde 1 bolinha. Quantas bolinhas ele tem após as duas partidas?” (Durant e Vergnaud, 1976, p. 29). Damm (1992) apresenta o esquema bidimensional da Figura 3 do modo como se refere Duval.

aritmético se opere naturalmente (Damm, 1992, p. 58-59).

Figura 3: esquema bidimensional para o problema aditivo.



Fonte: Damm, 1992, p. 58.

1.2 Exercícios de aplicação em geometria (ligação 2 da figura 1)

Os problemas em geometria com figura podem apresentar um fenômeno de aprendizagem a mais, além da compreensão do enunciado, relacionado às apreensões na aprendizagem da geometria. O enunciado do problema apresenta elementos que são necessários perceber na figura ou a figura destaca elementos muito fortes que chegam a encobrir o papel do enunciado. São as apreensões perceptiva e discursiva que fazem a relação semiocognitiva entre o enunciado e a figura do problema:

> Não importa qual a figura desenhada no contexto de uma atividade matemática, ela é objeto de duas atitudes geralmente contrárias: uma imediata e automática, a apreensão perceptiva de formas e outra controlada que torna possível a aprendizagem, a interpretação discursiva de elementos figurais (Duval, 2012, p. 120 - 121).

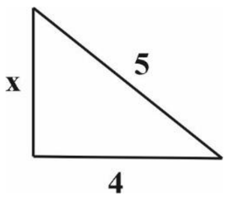
É importante ressaltar que o que se demanda em um problema de geometria pode estar presente diretamente na figura dada.

Podemos destacar algumas situações na relação entre o discurso e a figura: a primeira delas é que a figura tem um destaque muito forte e pode ou não ser congruente e referencialmente equivalente com o que é demandado; a segunda delas é quando a figura é congruente e referencialmente equivalente com o enunciado do problema, é a situação mais simples; a terceira é quando a figura é congruente com o enunciado do problema, mas não é referencialmente equivalente; por último, a situação em que figura e enunciado não são congruentes.

Discutiremos, a seguir, algumas situações que encontramos em publicações.

Situação 1:

Calcule os valores possíveis de x na figura, dados os comprimentos na mesma unidade de medida.

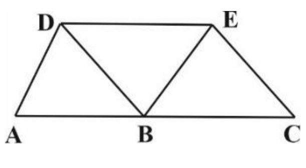
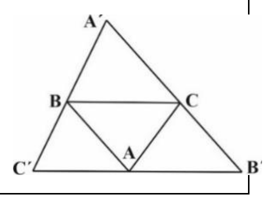


Fonte: Mello, 1999, p. 65.

É uma situação em que a figura não é congruente com o enunciado do problema e a figura fala por si só. O triângulo em uma posição bastante privilegiada no ensino de matemática (lados na horizontal e vertical) faz com que os alunos negligenciem o enunciado do problema e passem a calcular um único valor para x, que pode ser com a aplicação do Teorema de Pitágoras.

Na situação 2 a seguir, trataremos de uma enquete publicada em Dupuis; Duval; Pluvinage (1978, p. 65 – 100) também comentada em Duval (1995, p. 182 – 183).

Situação 2

Versão LIV OU		**Versão CHAP**	
ABED e BCED são paralelogramos. Provar que B o meio de AC.		A´C´ e AC são paralelos e A´B´ e AB são paralelos e B´C´ e BC são paralelos. Provar que A é o meio de B´C´.	

Fonte: Dupuis; Duval; Pluvinage, 1978, p. 65 – 100.

Os nomes LIV OU (livre ouvert – livro aberto) e CHAP (chapeau - chapéu) são utilizados por esses autores como uma referência mnemônica. Do ponto de vista matemático, esses dois problemas são o mesmo, uma vez que mobilizam conhecimentos matemáticos idênticos em sua resolução, mas do ponto de vista semiocognitivo há uma diferença enorme entre eles. Senão, vejamos:

- o problema na Versão CHAP comporta 6 unidades figurais de dimensão 1, são os segmentos que fazem parte do enunciado (A´C´, AC, A´B´, AB, B´C´, BC), também comporta 11 unidades figurais de dimensão 2 e, é importante ressaltar, que estão nessa dimensão os paralelogramos C´BCA e ABCB´ pertinentes à resolução do problema. Assinala Duval que:

> Em virtude da lei de fechamento, essa figura é, espontaneamente, vista como *um pequeno triângulo* inscrito e *um grande triângulo*., ou formado como uma pavimentação de quatro pequenos triângulos disjuntos (Duval, 1995, p. 183).

A não congruência da figura com o enunciado do problema, que impediu o reconhecimento de paralelogramos, levou apenas 13 estudantes (11%) de uma população de 116 estudantes (15 a 16 anos) a acertar a questão em sua versão CHAP, e o problema em sua Versão LIV OU, congruente com o enunciado do problema, foi resolvida de forma correta por 39 (34%) desses mesmos 116 estudantes (Dupuis; Duval; Pluvinage, 1978, p. 75).

Uma parte dos alunos que foi interrogada sobre a questão na Versão congruente LIV OU recebeu, na página seguinte do mesmo caderno de questões, a Versão CHAP. O que foi surpreendente é que pouco menos de 50% dos alunos que acertaram a questão em sua versão congruente (Versão LIV OU) não reconheceram os dois paralelogramos na figura não congruente (Versão CHAP) e, como consequência disso, evidentemente, não conseguiram acertar a questão (DUVAL, 1995, p. 184). Sobre os acertos à questão nas duas versões, os autores da pesquisa, comentam:

> Mas, se a maioria dos alunos tendo acertado à LIV OU não reconheceram a mesma situação matemática na questão CHAP, o acerto à CHAP leva ao acerto à LIV OU (Dupuis; Duval; Pluvinage, 1978, p. 78).

Em resumo, os autores da pesquisa afirmam que acertar a questão não congruente leva ao acerto da questão em sua versão congruente, não deixando de lembrar que os elementos matemáticos de resolução são idênticos para ambas as questões, congruente ou não.

1.3 Exercícios de aplicação: enunciado-gráficos cartesiano (Ligação 3 da Figura 1)

O sistema cartesiano é assunto que, em geral, inicia no 9º ano do ensino fundamental e prolonga-se no ensino médio, com o estudo de várias funções e equações.

A tônica no esboço de curvas é a construção de uma tabela de pontos em que estes pontos são localizados no plano cartesiano, e então a curva é traçada.

A maneira de tratar o esboço de curvas deve contribuir para o reconhecimento das unidades significantes, uma vez que os gráficos cartesianos são utilizados em articulação com outros registros, os registros da Célula 11 (língua natural) e da Célula 21 (registros algébricos). Por conta dessa complexidade, o registro cartesiano é denominado por Duval (2004, p. 86) de registro misto.

No Quadro 2, a seguir, apresentamos a três maneiras de ver um gráfico cartesiano segundo Duval.

O gráfico construído ponto a ponto centra o olhar do aluno em uma curva como uma sucessão de pontos. Na apreensão icônica, o aluno percebe crescimentos e decrescimentos da curva, mas a equação que define a curva, fato relevante em muitas situações de resolução de problemas, não é levada em conta como é no caso que se apresenta na maneira de ver da apreensão global qualitativa.

Quadro 2: Três maneiras de ver um gráfico

Três maneira de VER	O que é observado	O que é identificado
I. Apreensão **LOCAL POR PONTO** (Só se considera pontos isoladamente).	Associações (Pontos, pares de números).	**Uma associação entre dois valores numéricos. A regra de construção** é uma regra de codificação: um ponto de intersecção sobre um plano quadriculado segundo dois eixos graduados (a figura fundo) corresponde a um par de números.
II. Apreensão **ICÔNICA** (a imagem de uma tendência).	Deslocamento de subida ou de descida **em relação ao nível horizontal**	**Uma analogia** com mudanças de posição no espaço físico real (estar mais baixo, mais alto), relevo.
III. Apreensão **GLOBAL QUALITATIVA** trata-se de discriminar as características de dois gráficos da mesma forma ou não.	**Formas D1** (retas, curvas) **e D2** (zonas) que têm **(características figurais intrínsecas e características extrínsecas:** orientação em relação aos dois eixos e posição (interseção) em relação aos eixos. Um gráfico é a figura	**Uma relação** **entre duas variáveis** definidas sobre dois conjuntos de valores.

	que se destaca da figura fundo dos eixos.	

Fonte: Duval, 2004, p. 67.

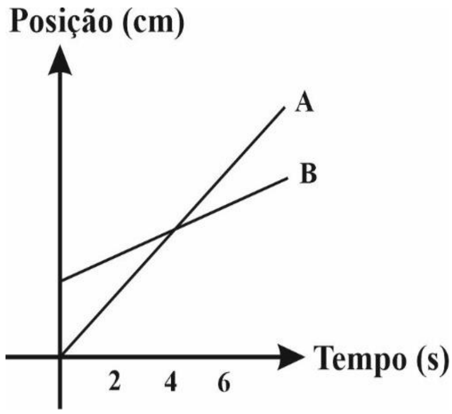
Na Situação 3, tratada a seguir, apresentamos um caso em que o enunciado não apresenta de forma explícita as equações das retas, o que irá dificultar ainda mais a maneira de ver global qualitativa.

Situação 3: problema tratado do deslocamento de dois objetos

A figura ao lado mostra a posição versus tempo para o movimento de dois objetos A e B.

a) No instante t = 2s a velocidade do objeto A é maior, menor ou igual à velocidade do objeto B? Explique a tua resposta.

b) Os objetos A e B sempre têm a mesma velocidade? Se for o caso, para qual tempo? Explique a tua resposta.



Fonte : McDermott; Rosenquist; Van ZEE, 1987, p. 504.

Essa questão fora apresentada a um grupo de estudantes universitários em um curso preparatório de física.

Em relação às respostas dos estudantes ao item a) da questão:

> Muitos estudantes não responderam de forma correta. A maioria das respostas incorretas é vista como sendo devida à falta de percepção de que a informação sobre a velocidade não pode ser extraída da altura. No instante t = 2s, a linha B está acima da linha A, e muitos estudantes se prendem a essa diferença de altura no lugar da diferença de inclinação para determinar qual objeto tem maior velocidade (Mcdermott; Rosenquist; Van Zee, 1987, p. 504).

Em relação às respostas dos estudantes ao item b) da questão:

> Os estudantes que responderam errado ao item b) não realizaram que os dois objetos jamais terão a mesma velocidade uma vez que a inclinação das linhas A e B jamais serão a mesma. No entanto, escolhem t = 4s, o ponto de intersecção no qual as linhas possuem a mesma altura, como o tempo em que as velocidades são a mesma (Mcdermott; Rosenquist; Van Zee, 1987, p. 504).

Nas duas questões, o deslocamento em centímetros no lugar da inclinação das retas foi determinante nas respostas equivocadas dos alunos. Duval (2004, p. 69), referindo-se a esse mesmo problema, ressalta que “Um aluno incapaz de discriminar as variáveis visuais pertinente daquelas que não são pertinentes, só pode estar em um procedimento ponto a ponto ou em uma apreensão do tipo icônica."

A Situação 3 apresenta uma dificuldade a mais, pelo fato de que no enunciado as equações das retas não foram fornecidas, o que aumenta a dificuldade em uma abordagem de apreensão global qualitativa, a qual exige identificação de "uma relação entre duas variáveis definidas sobre dois conjuntos de valores" (ver última linha do Quadro 2). Essa relação dos valores dos coeficientes angulares das retas (aqui basta uma relação qualitativa do tipo, maior ou menor) precisa ser imaginada no olhar das inclinações das retas no plano cartesiano.

Em uma equação do tipo $y = ax + b$, o coeficiente a faz apelo a duas compreensões distintas:

- uma delas é geométrica, que considera a inclinação da reta em relação ao eixo das abscissas, reforça a apreensão do olhar da curva do tipo local por ponto ou a apreensão icônica. Por ser visual, essa inclinação tem forte dependência das escalas usadas nos eixos. No caso tratado da Situação 3, uma vez que as retas são fornecidas no mesmo sistema cartesiano, essa questão das escalas não influenciaria a decisão dos estudantes;

- a outra é algébrica, que considera uma variação denominada de taxa de variação, que remete a um número que mede o quociente entre os valores das variáveis x e y medidos em um determinado intervalo. Assim, se Δx é a variação de x em um certo intervalo e Δy a variação de y medida neste mesmo intervalo, $a = \Delta y/\Delta x$. O termo taxa de variação não faz apelo a nenhuma variável visual, o estudante deverá constatar o valor de a, caso haja a equação da reta, ou determinar por ele mesmo no próprio gráfico escolhendo um intervalo e fazendo os cálculos.

Na Situação 3, tratada acima, Δy é medido em centímetros e Δx em segundos, assim a taxa de variação $a = \Delta y/\Delta x$ mede a velocidade em centímetros por segundo. Portanto, a abordagem algébrica do coeficiente angular reforça a apreensão global qualitativa, pois remete ao exame de valores que podem ser determinados no gráfico das retas no plano cartesiano, ou comparando diretamente, caso as equações das retas fossem fornecidas.

II Processos didáticos na compreensão de texto

Uma parte importante da aprendizagem matemática diz respeito à compreensão de definições e teoremas que, muitas vezes, são apresentados em uma linguagem que mistura linguagem natural e simbólica, e que pode comportar dois ramos da lógica: a escrita do cálculo proposicional (argumentos) e a de predicados (quantificadores e predicados). A escrita matemática é, portanto, uma mistura, principalmente, de linguagem natural, argumentos, predicados e quantificadores (universal e existencial). No ensino básico (níveis médio e fundamental), esses elementos de lógica formal praticamente desapareceram dos manuais escolares. No entanto, em definições e teoremas, principalmente na geometria, ainda se pode perceber alguns traços desses elementos:

> Todos os textos não são igualmente fáceis de serem lidos, seja em razão do assunto tratado e dos conhecimentos pressupostos, seja em razão de sua redação: escolha do vocabulário, complexidade das frases, ordem de apresentação das informações, grau de redundância etc. Essas diferentes razões concorrem, mais ou menos à dificuldade de um texto por uma dada categoria de leitores (Duval, 1981, p. 1).

Essa citação destaca os três fatores de variação redacional que caracterizam a organização redacional de um texto:

> - os objetos, relações, estado de fato etc. que são nomeados por uma expressão que preenche o papel de função referencial;
> - a escolha dos tipos de expressões referenciais e apofânticas para tematizar os elementos a serem explicitados;
> - a ordem de apresentação dos elementos. A ancoragem redacional pode se manter a mesma de uma frase a outra ou mudar conforme as expressões referenciais designam o não designam o mesmo objeto (Duval, 1995, p. 336).

Duval (1995, p. 336) destaca ainda que “Os textos que apresentam uma taxa fraca de descentralização referencial são mais fáceis de serem lidos que os textos que apresentam uma relação elevada.”, ressalta, ademais, dois fatores principais que podem modificar as interações possíveis na leitura: (1) a diferença entre o conteúdo cognitivo do texto e a base de conhecimento do leitor e; (2) diferenças entre a organização própria ao conteúdo cognitivo do texto e a organização redacional. Conforme essas diferenças são reduzidas ao mínimo, a leitura torna-se mais simples, e é a situação que mais se aproxima do discurso oral quotidiano:

> *O problema da compreensão de texto surge em situação escolar desde que se afaste desta situação que chamaremos de uma prática oral do texto, quer dizer, desde que uma diferença significativa surge por um desses dois tipos de fatores* (Duval, 1995, p. 327, itálico do autor).

A partir das informações sobre a compreensão de texto examinadas até aqui, chegamos ao ponto de poder trazer elementos para tratar da aprendizagem da compreensão de texto. Um primeiro ponto refere-se à busca de representações não discursivas como meio para objetivar um ou outro dos dois níveis de organização de um texto (DUVAL, 1995, p. 327). As representações não discursivas podem estar centradas em dois pontos: sobre o conteúdo cognitivo ou sobre a organização do texto. Um exemplo dessa situação foi o Problema 2, das idades dos menino, tratado anteriormente, em que os elementos significantes do problema são posicionados em pontos na reta orientada. Esse mesmo exemplo mostra, também, que pode ser difícil determinar qual aspecto, conteúdo cognitivo ou organização redacional do texto, foi tomado por base para a mudança para a representação não discursiva do problema na reta orientada.

Do ponto de vista da aprendizagem da compreensão de texto, Duval considera essencial destacar duas operações fundamentais, cujas formas dão origem a dois processos de compreensão de texto que são resumidos no Quadro 3.

Quadro 3: comparação de dois processos de compreensão de texto na aprendizagem matemática.

Processo “indutivo” de compreensão	Processo “dedutivo” de compreensão
1 Segmentação funcional: As unidades são determinadas em relação às funções discursivas (referencial, apofântica e metalinguística). O texto em sua totalidade e marcas de construção e marcas sintáxicas são levados em conta. *Esta forma de segmentação, diferente da segmentação visual da forma escrita do texto, é* ***sistemática*** e ***independente do conteúdo do texto***	**1 Segmentação cognitiva**: As **unidades** são determinadas como elementos de resposta a uma “grelha” de questões. Esta resposta pode ser constituída por palavras, um sintagma ou uma frase. A resposta pode não estar no texto. Não é necessário entrar no detalhe de construção sintáxica de cada frase. Os procedimentos visuais de reconhecimento por *matching* com as questões ou por complementação associativa podem ser suficientes. *Esta forma de segmentação é* ***seletiva e depende*** *do conteúdo do texto.*
2 Reconstitucionalização redacional: As diferentes relações que cada unidade discriminada pode ter com as outras discriminadas são explicitadas sobre a base de relações semânticas entre expressões e ligações discursivas marcadas por conectores discursivos ou temporais. *Esta forma de recontextualização é* ***seletiva***, *ela* ***depende de um postulado de conectividade*** *segundo o qual cada frase te, ao menos, uma ligação interna ou externa com uma outra frase do texto (Duval, 1986, p. 76-82)*	**2 Reconstituição cognitiva:** As unidades discriminadas são integradas em uma organização de conhecimentos relativas ao “mundo” descrito e evocado no texto. Para que a recontextualização cognitiva seja possível, esta organização deve desde já fazer parte da base do conhecimento do leitor. Esta forma de recontextualização é **sistemática** e **independente da organização redacional**.

Fonte: Duval (1995, p. 345)

Sobre esse Quadro, apresentamos os seguintes comentários:

- Segmentação funcional.

Este tipo de segmentação é independente do conteúdo cognitivo do texto em que as unidades informacionais são marcadas: por três funções meta-discursivas da linguagem que são a comunicação, o tratamento e a objetivação; pela função discursiva referencial, que tem por objetivo designar objetos nas mais diversas formas e; pela função apofântica que expressa um enunciado completo que “toma um valor determinado no universo cognitivo, representacional ou relacional dos interlocutores” (DUVAL, 1995, p. 112). Tal valor pode ser lógico (verdade ou falso), epistêmico (certeza, necessidade, verossimilhança etc.) e social.

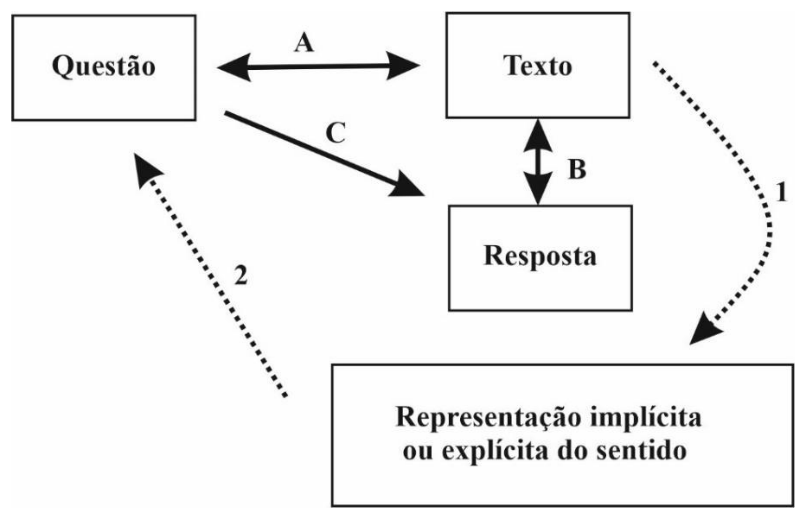
A função referencial é marcada por quatro tipos de operações: - a operação de designação pura, cujas formas na linguagem natural são os nomes próprios; - a categorização simples; - a descrição e; - a determinação. São todas elas muito presentes na atividade de aprendizagem matemática.

- Segmentação cognitiva.

“A segmentação cognitiva se efetua a partir de uma lista de questões, em que, a resposta a cada questão delimita uma unidade de informação textual.” (Duval, 1995, p. 340). É um tipo de segmentação que pode ser muito bem implementado em sala de aula.

Duval esquematiza da maneira seguinte um questionário didático relacionado à compreensão de texto:

Figura 4: questionário para tratar da compreensão de texto.



Fonte: Duval, 1986, p. 102.

DOI 10.36661/2596-318X.2022v4n2.13229

“A e B constituem os dois ajustamentos necessários à produção C da resposta. 1 e 2 mostram a situação particular de questões didáticas de qualquer questionário de compreensão.” (Duval, 1986, p. 102).

Tomemos, por exemplo, o problema aditivo:

João tinha um certo número de bolinhas de gude, jogou uma primeira partida e perdeu 5 bolinhas. Na segunda partida ele ganhou 7. Agora ele tem 10 bolinhas. Com quantas bolinhas ele começou a jogar?

As unidades informacionais são assinaladas em negrito a seguir:

João tinha um **certo número de bolinhas** de gude, jogou uma **primeira partida e perdeu 5 bolinhas**. Na **segunda partida ele ganhou 7**. **Agora ele tem 10 bolinhas**. Com **quantas bolinhas ele começou a jogar**?

As questões precisam se referir às unidades informacionais destacadas em negrito, para que o aluno possa levar em conta na solução a ser apresentada, como por exemplo, as questões:

(Q1) Quantas partidas de bolinha de gude João jogou?

(Q2) João, na primeira partida ganhou ou perdeu? Quantas bolinhas?

(Q3) Na segunda partida ele ganhou ou perdeu? Quantas bolinhas?

(Q4) Se ele perdeu 5 na primeira partida, mas ganhou 7 na segunda partida, ele saiu ganhando ou perdendo? Quantas bolinhas?

(Q5) Se agora, depois da segunda partida, ele tem 10 bolinhas, quando ele começou a primeira partida ele tinha mais ou menos do que 10 bolinhas? Quantas ele tinha?

- Recontextualização redacional

Na questão (Q1) acima parece ser óbvia a resposta, uma vez que no texto se fala em primeira e segunda partidas, embora não esteja dito explicitamente que houve duas partidas. Essa conclusão de que houve duas partidas requer um processo de ligações discursivas marcadas por conectores temporais. A reconstitucionalização redacional exige apenas marcas redacionais no texto para que a ligação seja estabelecida. No caso do problema tratado, das bolinhas de gude, ocorre nas frases “[João] jogou uma **primeira partida** e perdeu 5 bolinhas.” e “Na **segunda partida** ele ganhou 7.”

- Reconstituição cognitiva:

Diferentemente da recontextualização redacional, na cognitiva as unidades significantes são integradas em uma organização de conhecimentos descritos e evocados pelo texto. A questão (Q4) indaga sobre um dos conhecimentos que é exigido na resolução do problema aditivo, "Se ele perdeu 5 na primeira partida, mas ganhou 7 na segunda partida, ele saiu ganhando ou perdendo? Quantas bolinhas?".

Os dois processos de compreensão de texto da segunda coluna do Quadro 3 são caracterizados de *processos dedutivos,* uma vez que o conteúdo cognitivo de texto é levado em conta de forma independente da organização redacional do texto, é um processo em que os elementos do conhecimento são extraídos do próprio texto de forma independente da organização redacional do texto. Já o processo indutivo de compreensão de texto (primeira coluna do quadro 3), não depende do conteúdo cognitivo do texto, mas de sua organização redacional e das ligações entre as frases que podem ser estabelecidas por meio das funções discursivas e meta-discursivas e, ainda, por meio de conectores lógicos:

> A compreensão de um texto depende de um desses processos ou de sua interação. Um texto que parece incompreensível é um texto no qual nenhum desses dois processos pode se desenvolver inteiramente ou no qual a sua interação conduz a conflitos e incompatibilidades (Duval, 1995, p. 346).

O uso de questionário na compreensão de texto pode ser combinado com representações auxiliares, ou até mesmo com uma representação transformada por expansão discursiva, como é o caso da forma logicamente equivalente da contrapositiva $\sim q \rightarrow \sim p$ do teorema direto $p \rightarrow q$. Os teoremas podem ter a forma do tipo "$p \rightarrow q$" ou do tipo "sujeito/predicado". Esta última forma, muitas vezes, não deixa claro qual é a hipótese (que pode ser mais de uma) e a conclusão e, com isso, a contrapositiva se torna difícil de ser aplicada. Tomemos o exemplo do Teorema de Pitágoras em duas versões:

Versão 1: Em um triângulo retângulo, a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.

Versão 2: Seja T um triângulo de lados $a \geq b \geq c$. Se T é retângulo, então $a^2 = b^2 + c^2$. Reciprocamente, se $a^2 = b^2 + c^2$, então T é um triângulo retângulo.

Na Versão 1 do Teorema de Pitágoras não estão claras a hipótese, a conclusão e a validade da recíproca. Diferentemente da Versão 2, a hipótese e a conclusão tanto na proposição direta quanto na recíproca estão claramente colocadas. Além disso, com o que já é dito no Teorema, com uso da contrapositiva e ainda no universo definido dos triângulos, designado por T pela função discursiva referencial, fica claro que "Se T **não é um triângulo retângulo**, a relação $a^2 = b^2 + c^2$ não é válida". Ainda mais, "Se a relação $a^2 = b^2 + c^2$ **não se aplicar** para T, então T não é um triângulo retângulo". O Teorema de Pitágoras é um teorema em que as condições são necessárias e suficientes, portanto, vale a formulação direta e a recíproca, assim como é o caso das definições em matemática. A formulação da versão 2 do Teorema de Pitágoras pode ser construída, em sala de aula, a partir de um questionário sobre a Versão 1 do teorema.

A organização redacional do Teorema na Versão 2 discrimina com muito mais clareza os elementos importantes em um teorema, a hipótese e conclusão, revelando de forma mais aparente o conteúdo cognitivo e, como consequência disso, as condições de sua aplicação na resolução de problemas.

É importante reforçar aos estudantes a ideia de que nem sempre, em um teorema, a recíproca é verdadeira. Como por exemplo, a afirmação para P universo dos polígonos planos convexos: “Se P é um triângulo, então P não é quadrilátero” não autoriza dizer que a recíproca “Se P não é quadrilátero, então P é triângulo” seja verdadeira. Mas autoriza dizer, com a contrapositiva, que “Se P é quadrilátero, então P não é triângulo”.

Conclusões

Duas variáveis são importantes para entender a compreensão de texto, uma delas diz respeito à organização redacional e a outra concerne ao conteúdo cognitivo que o texto pretende veicular. Esses elementos estão presentes na ideia de congruência semântica, uma vez que os três critérios estão relacionados à organização redacional do texto, e que a escolha de elementos significantes no processo de conversão está intimamente ligada ao conteúdo cognitivo.

Do ponto de vista didático, duas vertentes podem ser extraídas da compreensão de texto em Duval (1995): uma delas permite que se transforme um texto escrito em linguagem natural em registros auxiliares, como foram os exemplos apresentados anteriormente no Problema 2, das idades dos quatro meninos, e do esquema do problema aditivo de Damm (1992, p. 58); o outro modo trata das formas de segmentação de um texto, para que se possa destacar os elementos significantes e efetuar a recontextualização redacional e cognitiva.

Enfim, o que se pode ressaltar em relação à aprendizagem na compreensão de texto são principalmente três pontos: (1) buscar outras representações do mesmo objeto ou representações auxiliares não discursivas, conforme alternativa apresentada na Figura 2 do esquema de organização geral para o desenvolvimento de exercícios de aplicação; (2) tanto a segmentação quanto a recontextualização podem ser implementadas por meio de questionários que chamam atenção para as conexões entre palavras, frases e os elementos significantes (conteúdo cognitivo), trazidos, muitas vezes, pela função discursiva referencial; (3) em situação escolar, o problema da compreensão de texto pode surgir quando este se afasta demais da prática oral, como adverte Duval (1995, p. 327). A razão principal para isso é que o discurso oral tem uma organização redacional linear, em que os pontos de ancoragem redacional estão sempre próximos do leitor, nas últimas falas, o que pode contribuir para uma melhor compreensão do conteúdo cognitivo que se pretende expor.

Referências Bibliográficas

BENVENISTE, E. **Últimas aulas no Collège de France**. Trad. SILVA, D. C.; ROSÁRIO, H. M.; REUILLARD, P. C. R.; GALÍNDEZ-JORGE, V. São Paulo: Editora Unesp, 2014.

DAMM, R. F. **Apprentissage des problèmes additifs et compréhension de texte**. Thèse (Strasbourg/Unistra), 166p., 1992.

DUPUIS, C.; DUVAL R.; PLUVINAGE, F. **Étude sur la stabilité de la géométrie en fin de troisième** (In Géométrie au premier cycle. Tomme II). Publication de la A.P.M.E.P., n. 22, 1978.

DURANT, C. & VERGNAUD, G. (1976). Structures additives et complexité psychogénétique. **Revue française de pédagogie**, v. 36, 1976.

DUVAL, R. **Sémiosis et pensée humaine** : registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. 395p. Bern: Peter Lang, 1995.

DUVAL, R. **Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las forma superiores en el desarrollo cognitivo.** 121p. Cali: Universidad del Valle, 2004.

DUVAL, R. **Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência.** Trad. Méricles T. Moretti. REVEMAT, v.7, n.1, Florianópolis, 2012.

DUVAL, R. **Pour une description quantitative des caractéristiques rédactionnelles d´un texte.** Strasbourg : IREM, 1981.

DUVAL, R. **Lecture e compréhension des textes.** Strasbourg : IREM, 1986.

MELO, E. G. S. **Uma sequência didática para a introdução de seu aprendizado no ensino da geometria.** Dissertação de mestrado, PUC-SP, 1999.

MCDERMOTT, L. C.; ROSENQUIST, M. L.; Van ZEE, E. H. **Students difficulties in connecting graphs and physics: Examples from kinematics.** Am. J. Phys. 55(6), p. 503-513, 1987.

MORETTI, M. T.; BAERLE, L. D. M. **O uso de representações auxiliares na aprendizagem matemática: um olhar semiocognitivo segundo Raymond Duval.** EMP/PUC/SP, v. 24.1, p. 582-610, 2022.

MORETTI, M. T.; BRANDT, C. F.; ALMOULOUD, S. A. Congruência semântica: um fenômeno semiótico e cognitivo a ser levado em conta na aprendizagem matemática. **Quadrante** 31(1), p. 92-112, APM - Portugal: 2022.