EDUCAÇÃO MATEMÁTICA SEM FRONTEIRAS:
Pesquisa em Educação Matemática

TEATRO NO ENSINO DA MATEMÁTICA: POSSIBILIDADES PARA O ESTUDO DE FUNÇÕES EXPONENCIAIS E PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS

THEATER AND MATH TEACHING: POSSIBILITIES FOR THE STUDY OF EXPONENTIAL FUNCTIONS AND GEOMETRIC PROGRESSIONS

Mônica Marina Sordi [1]

Pablo Mucelini [2]

Vitor José Petry [3]

Resumo

Neste trabalho é apresentada uma reflexão e um estudo de possibilidades da combinação da metodologia de Resolução de Problemas com técnicas teatrais para o ensino de funções exponenciais e progressões geométricas. Parte-se da teoria de Polya sobre a Resolução de Problemas e da prática de Brecht com o Teatro como forma de comunicação e instrução do público, encarado como agente ativo na peça teatral. Investiga-se as possibilidades de aplicação em sala de aula de peças interativas que estimulem os alunos a resolverem problemas envolvendo conceitos matemáticos. A metodologia adotada nesse artigo foi a pesquisa propositiva bibliográfica, baseada no estudo de possibilidades e imaginação pedagógica, proposta por Skovsmose. A pesquisa foi realizada a partir de uma atividade desenvolvida no componente curricular de Metodologia de Ensino em um curso de Licenciatura em Matemática, tendo como foco, sua aplicabilidade no Ensino Médio. Como resultados, pode-se apontar o entusiasmo do público da peça teatral e que a literatura já apresenta algumas possibilidades de articulação entre Teatro e Matemática, porém, o exercício de imaginação pedagógica permite refletir sobre novas possibilidades.

Palavras-Chave: Teatro; Resolução de Problemas; Ensino de Matemática

Abstract

This article shows a reflection and a study of the possibilities of combining the Problem Solving methodology with theatrical techniques for teaching exponential functions and geometric progressions. It starts with Polya's theory (1995) of Problem Solving and Brecht's (1991) practice with Theater as a form of communication and instruction for the audience, seen as an active agent in the play. This article investigates the possibilities of application in the classroom of interactive plays that stimulate students to solve problems by developing mathematical concepts. The research was realized from an activity developed in the curricular component of Teaching Methodology in a degree course in Mathematics, focusing on its

[1] Licencianda em Matemática: Universidade Federal da Fronteira Sul, monicamarinasordi@gmail.com
[2] Licenciando em Matemática: Universidade Federal da Fronteira Sul, pablo.mucelini@gmail.com
[3] Doutor em Matemática Aplicada e docente na Universidade Federal da Fronteira Sul, vitor.petry@uffs.edu.br

applicability in High School. As a result, it's possible to point the enthusiasm of the audience of the theatrical play and that literature already presents some possibilities of articulation between Theater and Mathematics, however, the exercise of pedagogical imagination allows us to reflect about new possibilities.

Keywords: Theater; Problem Solving; Math Teaching

Introdução

Os desafios da Educação Matemática são muitos e são complexos. Como uma ciência jovem e imbricada de relações políticas, a Educação Matemática sofre com a falta de condições materiais para realização das pesquisas, tanto quanto os educadores matemáticos sofrem com a falta de condições para aplicar as teorias e métodos em sala de aula. Neste sentido, métodos que exijam poucos recursos são excepcionalmente importantes, uma vez que se tornam mais factíveis aos educadores matemáticos. Esta situação não implica no abandono de teorias e métodos custosos em tempo ou outros recursos, e muito menos na adoção acrítica de teorias e métodos "baratos". Mas é uma situação real, posta historicamente, e que precisa de soluções reais.

Nas últimas décadas, o avanço neoliberal suscitou tamanha crise na pedagogia que tornou-se comum o surgimento de "modas" pedagógicas, é o que alerta o professor Saviani (2011, p. 20):

> Nesse novo clima, a moda passa a ser uma visão relativista, misto de irracionalismo e ceticismo, traduzida em clichês como "pós-modernidade", "transculturalidade" "complexidade", "lógica interativa e relacional", "pluralismo de perspectivas" etc. E aqueles que se guiam pela moda aderem agora a essa nova onda, acreditando que dessa maneira estarão na vanguarda das formulações intelectuais.

As modas pedagógicas variam de pseudo-epistemologias aparentemente estruturadas até chavões e práticas de senso comum. Segundo o autor, elas nascem da confusão teórica dos profissionais educadores, às vezes por ausência ou insuficiência de formação científica, e às vezes por demasiada influência ideológica de fontes não científicas, como os meios de comunicação, o mundo empresarial, os famosos "coachs" e outros gurus. O fato é que não faltam propostas inovadoras não factíveis ou não fundamentadas na área da Educação.

Acredita-se, porém, que a proposta de articulação da metodologia da Resolução de Problemas com o Teatro seja em primeiro lugar, factível, pois não requer nada além de alguma capacidade de atuação do professor. Em segundo lugar, considera-se a existência de fundamentação na literatura abordando a articulação na Educação Matemática, dadas as similaridades entre a abstração teatral e a abstração necessária para o entendimento matemático.

O presente trabalho foi desenvolvido a partir de uma proposta de atividade do Componente Curricular (CCr) de Metodologia de Ensino em um curso de Licenciatura em Matemática, cuja abordagem está relacionada aos processos metodológicos a serem usados em aulas no Ensino Médio. Dessa forma, a proposta foi socializada e aplicada na turma do respectivo CCr. Após os *feedbacks* recebidos, vislumbrou-se a possibilidade da realização de um estudo exploratório, buscando identificar possibilidades de contribuições da combinação do uso de Teatro e da Resolução de Problemas, em turmas do Ensino Médio, particularmente no estudo dos conteúdos de funções exponenciais e progressões geométricas. Adota-se, dessa forma, como problema de pesquisa, o seguinte questionamento: quais as possibilidades e potencialidades da utilização do Teatro, combinado com a metodologia de Resolução de Problemas no ensino de funções exponenciais e de progressões geométricas?

Constitui-se como objetivo do trabalho, apresentar uma possibilidade para o ensino de funções exponenciais de domínio discreto, relacionando-as com progressões geométricas, usando uma peça teatral sobre a lenda da invenção do jogo de xadrez. Para isso, optou-se por uma pesquisa bibliográfica propositiva, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2012) e baseada no estudo das possibilidades e na imaginação pedagógica, na perspectiva proposta por Skovsmose (2015).

Teatro e dramaturgia aplicados à Educação Matemática

Tanto a Matemática quanto a dramaturgia e a representação por meio de técnicas teatrais fazem parte do processo civilizatório da espécie humana. Quer seja por questões biológicas, psicológicas ou sociais, é fato que há algumas convergências entre o pensamento matemático e a dramaturgia. Segundo Gasset (2007), a “invenção do teatro em diversas culturas decorre da necessidade humana de representação de ideias que ultrapassem a realidade", uma necessidade de contemplar, auditiva e visualmente, um mundo metafórico, de representações corporificadas de ideias abstratas.

O ensino da Matemática se depara com uma problemática similar: representar ideias abstratas de forma material, seja por oralidade, simbologia, ou qualquer outra forma de linguagem que o aluno possa compreender. Grande parte do trabalho do professor de Matemática consiste em conduzir o aluno no processo de abstrair a realidade, trabalhá-la conceitualmente, e depois aplicar os conceitos abstraídos ao mundo real. Neste aspecto do processo de ensino-aprendizagem, segundo Adler (1992), o Teatro se apresenta como uma ferramenta muito adequada, dado seu alto poder de abstração.

Em sua dissertação de mestrado, Poligicchio (2012, p.135) argumentou e trouxe uma série de exemplos empíricos de que "enquanto metáfora corporificada, o Teatro materializa a narrativa, logo, se a narrativa for Matemática, contextualiza conceitos abstratos." A pesquisa de Poligicchio (2012) traz uma grande quantidade de experiências práticas que exploram as ligações entre Teatro e Educação Matemática. As experiências vividas pela autora no Grupo de Teatro em Matemática (TEMA), da Fundação Bradesco, de Osasco, São Paulo, dão forte solidez às investigações teóricas conduzidas por autores anteriores, como Grutzmann (2009) e Nascimento (2009). Nesse sentido, Poligicchio (2012, p. 83) evidencia que:

> Como a Matemática é o campo das abstrações, o Teatro faz a "passagem" entre os polos concreto/abstrato com muita naturalidade. Entre os dois polos de um mesmo eixo, o Teatro transita com fluência, pois possui elementos, ao mesmo tempo, da imaginação (abstração) e da contextuação (concretude).

Ainda segundo Poligicchio (2012, p. 87), o Teatro seria uma ferramenta poderosa para o ensino da Matemática ao permitir uma

> [...] transposição de linguagem, ou passagem da linguagem matemática para a linguagem teatral. O texto dramático traduz ou decodifica os símbolos matemáticos para a língua materna e ainda conta com a narrativa, o cenário e a representação de papéis para materializar as ideias matemáticas em cena.

Mendes Filho (2016) traz em sua dissertação de mestrado o conceito de "Teatro matemático", com diversos exemplos internacionais de peças bem sucedidas no intuito de ensinar Matemática com as técnicas teatrais. O autor explora as relações do Teatro didático de Brecht (1991), da sua colocação da plateia como agente ativo, da "quebra da quarta parede". Mendes Filho (2016, p. 86) se apoia na teoria da aprendizagem de Vygotsky, concluindo que "a prática teatral gera zonas de desenvolvimento iminente, que favorecem a instrução do aluno em direção ao aprendizado e ao desenvolvimento".

Mendes Filho (2016) relaciona a aprendizagem de Vygotsky e a técnica teatral de Brecht (1991) com a teoria da Educação Matemática de D'Ambrósio (2001). Ressalta-se aqui a importância de Brecht, como teórico do Teatro, para este trabalho, pois sugere-se uma interação constante com a plateia, colocando-a como parte ativa da aula, conforme roteiro sugerido neste trabalho que se baseia na linha do Teatro pedagógico de Brecht. Mais do que isso, sugere-se que a plateia seja instigada a resolver problemas matemáticos enquanto participa do Teatro.

Resolução de Problemas e o Teatro

A proposta teatral apresentada neste trabalho parte de um problema matemático. Quando uma aula inicia com um problema norteador, não com a exposição de conceitos, usa-se a metodologia de ensino denominada Resolução de Problemas. Nesse caso, os alunos, ou os espectadores, buscam resolver o problema apresentado a partir de seus conhecimentos prévios. De acordo com Allevato e Onuchic (2012) a Resolução de Problemas é uma tendência na Educação Matemática conhecida pela inserção de problemas aplicados e heurísticos, isto é, que envolvem a investigação por parte dos estudantes. O problema é posto no início da aula, e, motiva a pensar na situação, mobilizar o exercício de conhecimentos prévios pelos estudantes e os instiga a investigar formas de resolução.

Allevato e Onuchic (2012) afirmam que inicialmente a Resolução de Problemas foi incorporada pelas Standards norte-americanas e, posteriormente, em meados de 1990, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) brasileiros se basearam nesses documentos, trazendo essa proposta para o ensino de Matemática no país. Entre os objetivos gerais previstos nos PCNs de Matemática, encontra-se que um dos propósitos do ensino de Matemática deve ser o de desenvolver nos alunos a capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até mesmo propor novos problemas. Nesse sentido, a Resolução de Problemas surgiu no Brasil entre as décadas de 70 e 80, como uma alternativa para o ensino de Matemática no país, anteriormente dominado pelo Movimento da Matemática Moderna.

Vale pontuar que enquanto a Matemática Moderna valorizava o ensino formalizado sobre propriedades, axiomas e teoremas matemáticos, de uma forma abstrata e descontextualizada com a realidade dos estudantes, a Resolução de Problemas propõe a proximidade entre os conhecimentos teóricos e as aplicações atreladas à Matemática, que são apresentadas ao estudante na forma de situações-problema concretos. Desse modo, Allevato e Onuchic (2012) afirmam que a Resolução de Problemas é capaz de promover a compreensão do conteúdo, a descoberta, o raciocínio e a criatividade dos estudantes, que passam a ver a Matemática de uma forma natural e agradável.

Polya (1995) destaca que ensinar Matemática através da Resolução de Problemas não é o mesmo que ensinar a resolver problemas. O problema é um ponto de partida na aula e é através dele que os conceitos matemáticos serão construídos. A Resolução de Problemas incita que os alunos relembrem conhecimentos prévios e construam novos. Além disso, a Resolução de Problemas suscita muitas vezes a interdisciplinaridade, a conexão com outras áreas do conhecimento além da Matemática. Isso também acontece na proposta da articulação da Resolução de Problemas com o Teatro.

Van de Walle (2001) afirma que muito discute-se a respeito de ensinar Matemática através da Resolução de Problemas sem possuir-se uma visão clara do que é um problema. Segundo o autor, um problema é uma tarefa para a qual os alunos não têm regras e métodos prescritos e memorizados para se chegar a uma solução correta. Afirma também que ensinar Matemática através da Resolução de Problemas não é jogar um problema para os alunos e esperar que eles o respondam magicamente. Primeiro, os professores devem garantir que os alunos estejam mentalmente prontos para a tarefa. Em seguida, os alunos trabalham e o professor avalia esse trabalho. Por fim, o professor conduz uma discussão para que os alunos avaliem se sua resolução está correta, formalizando os novos conceitos aprendidos.

Allevato e Onuchic (2012) afirmam que a Resolução de Problemas não é o objetivo final, mas sim, é o meio para se ensinar Matemática. O professor introduz uma situação problema, que engloba algum tópico matemático, e, a partir dele, os alunos vão desenvolvendo técnicas para solucionar o problema. Dessa forma, o aprendizado é um movimento do concreto para o abstrato.

Por sua vez, Polya (1995) vê a Resolução de Problemas como um método e estabeleceu os quatro passos para a resolução de um problema. O primeiro é compreender o problema, quais os dados que ele traz, quais as possíveis incógnitas que ele envolve. O segundo passo é o de estabelecer planos para a resolução do problema: a pessoa que resolve o problema precisa lembrar se já resolveu algum problema semelhante, se consegue relacioná-lo com algo que já conhece, se é possível reformular o problema para transformá-lo em algo mais simples ou até mesmo dividi-lo em partes. Só então essa pessoa pode partir para um terceiro passo, que é a execução do plano desenvolvido na etapa anterior. O último passo é denominado retrospecto e consiste em realizar verificações se os resultados encontrados na resolução são corretos, se é possível chegar neles de outra maneira.

Procedimentos metodológicos

O presente trabalho caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa e propositiva acompanhada de um exercício de imaginação pedagógica, para construir conceitos a partir de uma peça teatral. Trata-se de um estudo propositivo, em que, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 69), o pesquisador "não utiliza dados e fatos empíricos para validar uma tese ou ponto de vista, mas a construção de uma rede de conceitos e argumentos desenvolvidos com rigor e coerência lógica".

O estudo de possibilidades através de um exercício de imaginação pedagógica utilizado para refletir sobre "o que não foi, mas poderia ser" em Educação é proposto por Skovsmose (2015). Ele traz à tona a ideia de pesquisar possibilidades educacionais, pesquisar como seria possível desenvolver alguma atividade na sala de aula, estudar as possibilidades que essa atividade pode suscitar, sem necessariamente ela ser aplicada.

Skovsmose (2015) defende a pesquisa de possibilidades, ou seja, a pesquisa sobre situações não concretas e não visíveis. Segundo o autor, o professor, através do reconhecimento da multiplicidade do que é atual, pode imaginar alternativas para ensinar seus estudantes e isso pode ou não desencadear uma pesquisa tradicional, com coleta de dados concretos ou realização de experimentos. Nessa óptica, Skovsmose (2015) distingue *pesquisas sobre* alunos e/ou professores das *pesquisas com* alunos e/ou professores. Segundo ele, a pesquisa *com* esse público sugere a colaboração do pesquisador com os pesquisados, sem extrema preocupação se os pesquisados trarão contribuições que fogem da objetividade dos dados, tanto requisitados nas pesquisas positivistas. O Teatro com interação do público insere-se nesse contexto, pois, ao mesmo tempo que é roteirizado, sofre influência da participação do público. O mesmo ocorre com a proposta da utilização da metodologia da Resolução de Problemas. De acordo com Skovsmose (2015, p. 83-84):

> A distinção entre *pesquisa sobre* e *pesquisa com* é importante quando noções como imaginação pedagógica e raciocínio exploratório assumem papéis relevantes. Parece óbvio que os processos de formulação de imaginações pedagógicas podem ser enriquecidos com as contribuições de todos os participantes. E, se acreditarmos que o raciocínio exploratório deve, de fato, ser exploratório, não há por que considerar a participação dos alunos ou dos professores como algo preocupante ou que cause interferência na pesquisa. Ao contrário, tal participação parece ser construtiva. Nesse sentido, a mudança de perspectiva de fazer *pesquisas sobre* para fazer *pesquisas com* parece ser uma consequência natural de pesquisar possibilidades.

Dessa forma, segundo Skovsmose (2015), a imaginação pedagógica parte de um estudo de possibilidades, que é incerto. Assim, a pesquisa de possibilidades é uma pesquisa crítica, que não se atêm a pesquisar *sobre*, mas sim a pesquisar *com*. Isso significa pesquisar com incertezas, com a mente aberta, ou seja, investigar um dado problema sem uma metodologia de pesquisa tradicional que se centra em pesquisar apenas “o que”. A pesquisa proposta por Skovsmose se preocupa em pesquisar “o que não é, mas poderia ser”, incentiva o exercício de imaginação pedagógica, para que cada vez mais o docente busque possibilidades educacionais que possam ser aplicadas.

Proposta de peça teatral e análise de suas possibilidades

A peça proposta está configurada para dois papéis, o Rei e a Sábia. Naturalmente, é possível adaptá-la para que seja interpretada por apenas um ator, embora isso traga prejuízo na dinâmica teatral. Uma possibilidade é aplicar essa proposta em aulas extraclasse. Uma outra alternativa é que o(a) professor(a) de Artes se junte ao de Matemática para atuar na peça, com o(a) professor(a) de Artes interpretando o Rei e o(a) professor(a) de Matemática interpretando o(a) sábio(a) Sessa. Ainda vislumbra-se a possibilidade de um aluno da turma interpretar o Rei.

A peça teatral inicia com a apresentação de um problema, que os espectadores (estudantes) serão instigados a resolver, segundo a metodologia de Resolução de Problemas. Em negrito, estão os nomes dos personagens, em itálico estão suas ações e em fonte normal, estão suas falas, que podem sofrer leves alterações devido ao fato dessa ser apenas uma proposta. Segue a sequência teatral proposta para este trabalho:

Rei na sala do trono

Rei para o público: Um(a) sábio(a) brâmane, chamado(a) Sessa, inventou o maravilhoso jogo de xadrez. Mande chamá-lo(a) à minha presença.

Sessa, o(a) sábio(a), entra em cena, curioso(a).

Sessa: Ó majestade, aqui estou. Por que mandou chamar-me?

Rei: Quero lhe recompensar generosamente pelo engenhoso jogo que você inventou. Sou rico, posso dar-lhe o que quiser.

Sessa, *humilde*: Oh grande soberano, nesse caso desejo que me entregue um grão de trigo pela primeira casa do tabuleiro de xadrez que eu inventei.

Rei, *surpreso*: Somente um grão de trigo?

Sessa: Sim, meu senhor. E pela segunda casa, peço que me entreguem dois grãos de trigo; pela terceira casa, quatro grãos; pela quarta casa, oito; pela quinta casa, dezesseis; pela sexta casa, trinta e dois…

Rei, *interrompendo*: Já entendi! Será entregue para você o trigo correspondente às 64 casas do tabuleiro, tal como é o seu desejo; para cada nova casa, o dobro da quantidade da casa anterior. Entretanto, o seu pedido é muito pequeno. Meus servos entregarão para você um saco com o trigo que pediu. Mandarei calcular a quantidade correta e logo lhe entregarei. Você me insulta com a pequenez desse pedido! Pode ir embora!

Sessa sai de cena e o rei indaga seus matemáticos (alunos da turma).

Rei, aos matemáticos (alunos): Pago vocês para calcularem. Me ajudem a entender esse problema - *o rei esboça uma tabela no quadro com as seguintes informações:*

Na 1ª casa: $1 = 2^0$

Na 2ª casa: $2 = 2^1$

Na 3ª casa: $4 = 2^2$

Na 4ª casa: $8 = 2^3$

Na 5ª casa: $16 = 2^4$

:

Na 64ª casa: 2^{63} grãos

Rei: Vocês precisam somar todas essas quantidades das 64 casas do jogo de xadrez. E nada de usar esses artifícios tecnológicos do século XXI! Comecem logo!

Nesse momento, são dados alguns minutos para os matemáticos da corte (alunos da turma) fazerem seus cálculos. Caso eles demorem, o rei começará a se irritar e falar coisas como:

Rei: Esses termos são pertencentes a uma progressão geométrica (PG), não percebem? - *e esboça no quadro a seguinte sequência de termos de uma PG:*

$$PG = \{2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, \ldots, 2^{63}\}$$

Rei: Me respondam, matemáticos: qual o primeiro termo dessa PG? Qual a razão dessa PG? Qual a quantidade de termos dela? - *o rei aguarda as respostas e coloca no quadro da sala de aula onde a peça está sendo encenada:*

$$\textit{primeiro termo: } a_1 = 2^0 = 1$$

$$\textit{razão: } \quad q = 2$$

$$número\ de\ termos: n = 64$$

Rei: Agora vocês conseguem calcular a quantidade de grãos de trigo que devo à sábia? Vou dar-lhes alguns minutos - *depois de um minuto, o rei fica impaciente com a demora do cálculo* - Chega! Chamarei o(a) sábio(a) inventor(a) do xadrez para nos ajudar nesse cálculo!

Sessa entra em cena novamente.

Sessa: Olá majestade, mandou chamar-me?

Rei: Sim, meus matemáticos não estão conseguindo realizar o cálculo da quantidade de grãos de trigo que devo para você! Ajude-os!

Sessa: Ó caro rei, estamos diante de uma função exponencial do tipo $f(x) = 2^x$, na qual o domínio é discreto, só possui valores inteiros positivos (ou seja, números naturais). A cada nova casa de xadrez, dobramos a quantidade de grãos que você deve a mim. Olhe, temos a seguinte sequência: para o domínio, os expoentes $D = \{0,1,2,3\ldots,63\}$, para a imagem, temos: $Im = \{2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, \ldots, 2^{63}\}$. Se traçarmos todos esses pontos no plano cartesiano, teremos uma função exponencial com domínio discreto. Mas o que nos interessa são apenas os pontos, cujos valores são o dobro do antecessor. A quantidade de grãos de trigo é a soma das ordenadas de todos eles.

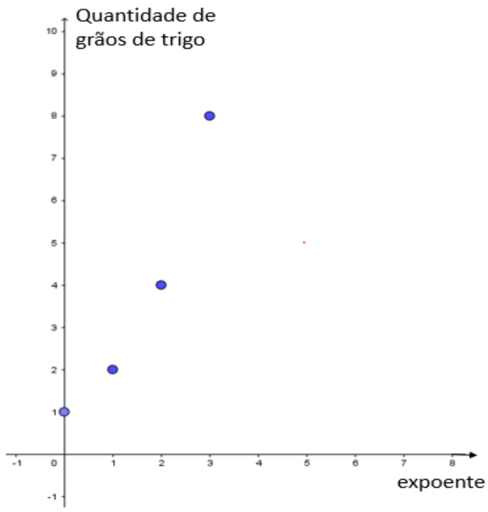
Sessa desenha o gráfico e a lei de formação da função no quadro para o rei e os matemáticos entenderem.

Lei da função:

$$f: N \rightarrow R$$

$$f(x) = 2^x$$

Figura 1 - Gráfico da função exponencial de domínio discreto



Fonte: autores

Rei: Conheço PGs. Mas qual a ligação delas com o gráfico que está me mostrando?

Sessa: As funções exponenciais com domínio discreto nada mais são do que a representação gráfica das PGs no plano cartesiano. O que quero, caro rei, é a soma do valor da ordenada desse primeiro ponto, com o valor da ordenada do segundo, e assim por diante.

Rei, *aos matemáticos*: Pois bem, calculem logo essa quantidade de grãos de trigo!

Nesta parte do Teatro começa o desafio passado para os alunos/matemáticos:

Sessa: Quero receber a soma das quantidades de grãos que pedi para cada casa do jogo. Seus matemáticos entenderam que queremos descobrir a soma de $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \cdots + 2^{63}$.

Neste momento, Sessa começa a representar as somas parciais no quadro até chegar na generalização da soma para qualquer quantidade finita de termos de uma PG, conforme relação apresentada abaixo, chamando os matemáticos a ajudarem.

Sessa: Somar $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \cdots . +2^{63}$ é o mesmo que somar:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n \text{ com } a_1 = 1, q = 2 \; e \; n = 64 \qquad \text{eq.(1)}$$

Mas como estamos trabalhando com uma PG:

DOI 10.36661/2596-318X.2022v4n1

$$a_2 = a_1 \cdot \mathrm{q}; a_3 = a_2 \cdot \mathrm{q} = (a_1 \cdot \mathrm{q}) \cdot \mathrm{q} = a_1 \cdot \mathrm{q}^2 ; a_4 = a_3 \cdot \mathrm{q} = (a_1 \cdot \mathrm{q}^2) \cdot \mathrm{q} = a_1 \cdot \mathrm{q}^3 ;$$
$$a_{n-1} = a_1 \cdot \mathrm{q}^{\mathrm{n}-2} \; e \; a_n = a_1 \cdot \mathrm{q}^{\mathrm{n}-1}$$

Substituindo na eq. (1):

$$S_n = a_1 + a_1 \cdot \mathrm{q} + a_1 \cdot \mathrm{q}^2 + a_1 \cdot \mathrm{q}^3 + \cdots + a_1 \cdot \mathrm{q}^{\mathrm{n}-2} + a_1 \cdot \mathrm{q}^{\mathrm{n}-1} \qquad \text{eq.(2)}$$

Multiplicando ambos os membros da eq.(2) acima por q:

$$q \cdot S_n = q \cdot (a_1 + a_1 \cdot \mathrm{q} + a_1 \cdot \mathrm{q}^2 + a_1 \cdot \mathrm{q}^3 + \cdots + a_1 \cdot \mathrm{q}^{\mathrm{n}-2} + a_1 \cdot \mathrm{q}^{\mathrm{n}-1})$$

$$q \cdot S_n = a_1 \cdot \mathrm{q} + a_1 \cdot \mathrm{q}^2 + a_1 \cdot \mathrm{q}^3 + a_1 \cdot \mathrm{q}^4 + \cdots + a_1 \cdot \mathrm{q}^{\mathrm{n}-1} + a_1 \cdot \mathrm{q}^{\mathrm{n}} \qquad \text{eq.(3)}$$

Subtraindo a eq.(3) da eq.(2):

$$q \cdot S_n - S_n = -a_1 + (a_1 \cdot \mathrm{q}) - (a_1 \cdot \mathrm{q}) + \cdots + (a_1 \cdot \mathrm{q}^{\mathrm{n}-1}) - (a_1 \cdot \mathrm{q}^{\mathrm{n}-1}) + a_1 \cdot \mathrm{q}^{\mathrm{n}}$$

Logo:

$$q \cdot S_n - S_n = -a_1 + a_1 \cdot \mathrm{q}^{\mathrm{n}}$$
$$S_n \cdot (\mathrm{q} - 1) = a_1 \cdot (-1 + \mathrm{q}^{\mathrm{n}})$$
$$S_n = \frac{a_1 \cdot (\mathrm{q}^{\mathrm{n}} - 1)}{q - 1}$$

Sessa: Agora, vejam essa relação aplicada no problema que precisamos resolver: o primeiro termo é $a_1 = 2^0 = 1$, a razão é $q = 2$, pois cada termo é o dobro do anterior e a quantidade de termos é $n = 64$. Assim, a quantidade de grãos que o rei me deve é de:

Escreve no quadro

$$S_n = \frac{1 \cdot (2^{64} - 1)}{2 - 1} = \frac{2^{64} - 1}{1} = 2^{64} - 1$$

Sessa: Mas quanto é 2^{64}?

Sessa pede aos matemáticos e inicia a explicação da propriedade fundamental da potenciação e coloca no quadro:

$2^{64} = 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^4$ (pela propriedade fundamental da potenciação)

$$2^{64} = 1024 \cdot 1024 \cdot 1024 \cdot 1024 \cdot 1024 \cdot 1024 \cdot 16$$

$$2^{64} = 18.446.744.073.709.551.616$$

Rei: Então quanto devo para você, Sessa?

Sessa: Basta diminuir uma unidade desse resultado - *E rabisca no quadro:*

$$S_n = 18.446.744.073.709.551.616 - 1$$

$$S_n = 18.446.744.073.709.551.615$$

Neste momento, Sessa revelará a resposta: 18.446.744.073.709.551.615 (dezoito quintilhões, quatrocentos e quarenta e seis quatrilhões, setecentos e quarenta e quatro trilhões, setenta e três bilhões, setecentos e nove milhões, quinhentos e cinquenta e um mil e seiscentos e quinze grãos de trigo). Será então explicado que esse número pode ser facilmente encontrado com uma calculadora que tenha casas decimais suficientes (por exemplo, a calculadora científica padrão do Microsoft Windows, ou as integradas em celulares, mas esses equipamentos não existiam na época em que se passa a lenda) através da operação $2^{64} - 1$.

Rei, *assustado*: Mas quanto trigo exatamente devo dar para você, sábia Sessa?

Sessa: Como trabalhamos com grãos, sabemos que cada metro cúbico de trigo possui cerca de 15 milhões de grãos de trigo ($15 \cdot 10^6$). Vou dar-lhe um desconto: eu aceito, já que sou generoso(a), que me pague somente 18 quintilhões de grãos de trigo ($18 \cdot 10^{18}$). Isso até facilita nas contas e não lhe deixará menos pobre! Me ajudem matemáticos, a fazer essa simples regra de três! - *Rabisca no quadro o seguinte:*

$$\text{grãos de trigo} - - - - - - - - \, m^3$$

$$15 \cdot 10^6 - - - - - - - - 1$$

$$18 \cdot 10^{18} - - - - - - - x$$

Resolvendo:

$$x = \frac{18 \cdot 10^{18}}{15 \cdot 10^6}$$

$$x = \frac{18}{15} \cdot \frac{10^{18}}{10^6}$$

$$x = 1{,}2 \cdot 10^{18-6}$$

(usando propriedades da potenciação)

$$x = 1{,}2 \cdot 10^{12}$$

Sessa: Você me deve 1.200.000.000.000 m^3, o que é equivalente a 1.200 km^3. Pense que em cada carroça cabem aproximadamente $2m^3$de grãos de trigo, quantas carroças de trigo você me deve?

Rei: Devo 600.000.000.000 carroças! 600 bilhões! Estou falido! Jamais volto a subestimar as funções exponenciais!

DOI 10.36661/2596-318X.2022v4n1

Possibilidades e imaginação pedagógica na peça teatral proposta

A peça teatral proposta foi apresentada aos colegas em um curso de Licenciatura em Matemática como parte integrante das atividades do CCr de Metodologia de Ensino. Observou-se bastante entusiasmo dos colegas com a proposta, obtendo-se interação com a plateia durante toda a peça. A partir dessa apresentação e do *feedback* recebido dos alunos da turma e do professor do CCr, passou-se a implementar alguns ajustes e desenvolver a análise de possibilidades em um exercício de imaginação pedagógica, na perspectiva proposta por Skovsmose (2015). Considerou-se neste exercício, além de alguns apontamentos feitos pelos alunos da turma, as percepções dos próprios autores da pesquisa. Neste exercício são apontados os principais conteúdos da Matemática que podem ser abordados a partir da apresentação da peça em uma turma do Ensino Médio, considerando seu aspecto interativo. A experiência serviu também para refletir sobre a viabilidade da combinação da metodologia da Resolução de Problemas com a utilização do Teatro como uma alternativa metodológica no ensino dos conceitos relacionados à Matemática.

Como pode ser observado na descrição da peça, trata-se da proposição de um problema matemático presente em lendas sobre o surgimento de um jogo amplamente conhecido, o que sugere potencial de motivação dos estudantes para a abordagem do tema proposto. Assim, além da curiosidade acerca do surgimento desse jogo, mesmo que do ponto de vista de uma lenda, a possibilidade do tratamento lúdico oferecido pela dramaturgia, principalmente pela interação com o público (no caso dos alunos) que são envolvidos como atores na peça, a introdução dos conceitos na forma de resolução de um problema se faz presente nesta abordagem. Neste sentido, é importante que o professor de Matemática, pelo menos em um primeiro momento, assuma o papel do(a) Sábio(a) (ou eventualmente do Rei), permitindo a este, ao longo da peça, conduzir as discussões e orientar os caminhos a serem tomados para se chegar à solução do problema. Essa necessidade de orientação das ações por parte do professor é característica da metodologia de Resolução de Problemas.

Os principais conceitos matemáticos abordados na peça referem-se ao estudo de funções exponenciais, no caso, restritas a um domínio discreto, caracterizando seus valores funcionais aos termos de uma progressão geométrica (PG) crescente e finita, e posteriormente explorando-se a soma dos termos dessa PG. Uma possibilidade que eventualmente possa ser explorada, na hipótese de ainda não ter trabalhado com esses conceitos anteriormente com a turma, é uma adaptação da peça.

Além dos conceitos relacionados ao estudo de funções e de PG, são abordadas também propriedades da potenciação, noções de notação científica para operações com números com elevada quantidade de algarismos significativos, além de propriedades envolvidas em operações algébricas. A importância e eventual conveniência de simplificações realizadas em modelos matemáticos representativos de problemas reais também pode ser abordada. Vale lembrar que estas simplificações são feitas com a finalidade de facilitar a obtenção de soluções, que neste caso serão aproximadas, porém, sem perder a noção da ordem das grandezas envolvidas no processo. Pode-se aproveitar o momento para desmistificar um pouco a percepção que caracteriza a Matemática como uma ciência extremamente exata. Essa situação é bastante latente em se tratando de Resolução de Problemas da Matemática Aplicada. Nesta perspectiva, poder-se-ia propor mais uma simplificação durante a apresentação da peça, aproximando o cálculo do valor numérico de

$$2^{64} = 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{4}$$

por

$$2^{64} = 16 \cdot (1{,}024 \cdot 10^{3})^{6} \approx 16 \cdot 1{,}15 \cdot 10^{18} = 18{,}4 \cdot 10^{18}$$

Avalia-se que esta simplificação não traria prejuízos para a compreensão da ordem de grandeza dos números envolvidos, facilitando, porém, os cálculos com uma calculadora simples, ou mesmo em contas a serem efetuadas no papel ou no quadro. Essa discussão também evidenciaria a importância do uso da notação científica para a simplificação das operações. Outra adaptação que eventualmente possa ser implementada, consiste em estabelecer, durante a apresentação, a quantidade aproximada de grãos de trigo contidos em um metro cúbico. Novamente nesta situação, contar-se-ia com a interação e participação ativa dos alunos. Nesta situação, seria conveniente que Sessa levasse consigo uma certa quantidade de trigo (um copo cheio de $200\,ml = 200\,cm^3$, por exemplo) e distribuísse para todos os alunos da turma, de forma que cada um contasse a quantidade de grãos sobre sua mesa, para em seguida, de forma conjunto, fazerem a soma da quantidade de grãos contidos nesse recipiente. Com esse resultado, usando a proporcionalidade, seria possível estabelecer a quantidade aproximada de grãos de um metro cúbico.

Além da formalização e sistematização dos conceitos abordados durante a apresentação da peça, considerada fundamental na aplicação da metodologia de Resolução de Problemas, vislumbra-se também a oportunidade de abordar questões relativas à importância do conhecimento matemático para evitar “surpresas desagradáveis” decorrentes de assumir compromissos ligados às questões financeiras, como foi o caso do personagem do Rei na peça. Situações parecidas, asseguradas as devidas proporções, podem ocorrer no caso de dívidas contraídas na forma de empréstimos ou de compras a longos prazos quando a taxa de juros é elevada. Oportuniza-se assim, a possibilidade de discutir também questões relacionadas à Educação Financeira, tema considerado de extrema relevância a ser abordado nas aulas de Matemática do Ensino Básico.

Embora não se tenha aplicado essa atividade no Ensino Médio para avaliar suas contribuições para a aprendizagem dos conceitos abordados, através do exercício de imaginação pedagógica é possível vislumbrar possibilidades de como isso poderia ser feito. Além da possibilidade da atividade ser aplicada na sala de aula, também pode ser desenvolvida em períodos extraclasse dos estudantes, bem como vislumbra-se a possibilidade de realizá-la conjuntamente com o(a) professor(a) de Artes na escola na forma de um trabalho interdisciplinar. Sugere-se esta possibilidade de articular a Matemática com a disciplina de Artes, por considerar que o Teatro é uma das quatro linguagens da Arte conforme a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018).

Considerações finais

O artigo apresenta uma possibilidade para o ensino de funções exponenciais de domínio discreto, relacionando-as com progressões geométricas: o uso de uma peça teatral sobre a lenda da invenção do jogo de xadrez. Sugere-se a apresentação da peça com a participação dos professores e dos estudantes. Além dos conceitos relacionados ao estudo das funções exponenciais e de PG, outras abordagens podem e devem ser feitas ao longo da peça, como é o caso dos conceitos relacionados à proporcionalidade, à notação científica, questões relacionadas à educação financeira, dentre outros. Evidencia-se aí mais uma das características do trabalho com a metodologia de Resolução de Problemas.

Apesar de ter sido apresentada em uma aula com os colegas do curso de Licenciatura, acredita-se que seria possível aplicar a peça teatral proposta em turmas do Ensino Médio. Mesmo sabendo que o resultado dessa aplicação depende de como os alunos/matemáticos (espectadores ou atores) interagem no decorrer da peça e como eles resolvam a situação-problema proposta no início da peça teatral, acredita-se, com base na análise de possibilidades desenvolvida através do processo de imaginação pedagógica, que a proposta apresenta potencial para favorecer o processo de aprendizagem. Esta avaliação se justifica por vislumbrar-se a possibilidade de motivação que uma peça teatral possa trazer para buscar a atenção dos alunos no tema proposto no problema a ser resolvido.

Por fim, o exercício de imaginação pedagógica foi desenvolvido na perspectiva de Skovsmose (2015), na forma de uma pesquisa *com*, visto que depende da colaboração dos partícipes da peça teatral. Acredita-se que a possibilidade aqui apresentada pode contribuir na articulação de possibilidades com interdisciplinaridade entre a Matemática e o Teatro, de forma a auxiliar na aprendizagem dos conceitos a serem abordados na escola.

Referências bibliográficas

ADLER, S. **Técnica da Representação Teatral.** 2 ed. Civilização Brasileira: São Paulo, 1992.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRECHT, B. **Teatro completo em 12 volumes**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1991

D’AMBROSIO, U. **Educação matemática: da teoria à prática**. 8 ed. Campinas: Papirus, 2001.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos.** 3 ed. Campinas: Autores Associados, 2012.

GASSET, J. O. Y. **A Ideia do Teatro**. São Paulo: Perspectiva, 2007.

GRUTZMANN, T. P. **A formação dos professores de matemática por meio dos jogos teatrais**. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciência e Matemática –Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009. Disponível em: https://tede2.pucrs.br/tede2/handle/tede/3360. Acesso em: 24 fev. 2022.

MENDES FILHO, A. **Matemática em cena: aprendizagens por meio da montagem e encenações de peças do Teatro Matemática**. Dissertação de Mestrado – Instituto Federal do Espírito Santo, Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Vitória, 2016. Disponível em: https://repositorio.ifes.edu.br/handle/123456789/220. Acesso em: 22 fev. 2022.

NASCIMENTO, J. B. **O uso do teatro na aula de Matemática.** Informativo do Instituto Hipasiano de Matemática, n.1, UFPA, 2009.

POLIGICCHIO, A. G. **Teatro: materialização da narrativa matemática**. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Educação - Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-23042012-152833/pt-br.php. Acesso em: 23 fev. 2022.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático.** Tradução: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1995.

ONUCHIC, L. de La R.; ALLEVATO, Norma. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. *In*: BICUDO, Maria A. Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Orgs.). **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez Editora, 2012. p. 213-231.

SAVIANI, D. **Pedagogia histórico-crítica: primeiras aproximações.** 11ª ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2011.

SKOVSMOSE, O. Pesquisando o que não é, mas poderia ser. *In:* D´AMBROSIO, Beatriz Silva; LOPES, Celi Espasandin (Orgs.). **Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática**. Campinas: Mercado de Letras, 2015, p. 63-90.

VAN DE WALLE, J.A. **Elementary and Middle School Mathematics**. New York: Longman, 2001.