

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA SEM FRONTEIRAS: Pesquisa em Educação Matemática

MANDALAS E GEOMETRIA DO ENSINO FUNDAMENTAL ANOS FINAIS MANDALAS AND GEOMETRY OF ELEMENTARY EDUCATION FINAL YEARS

Taís Cristina Dreon¹

Rosane Rossato Binotto²

Resumo

O presente trabalho teve como objetivo construir três Objetos Virtuais de Aprendizagem (OVA) baseados em mandalas geométricas e analisar possibilidades e potencialidades de conteúdos de geometria e de interação desses objetos, por meio de um exercício de imaginação pedagógica. Desenvolveu-se uma pesquisa de natureza qualitativa propositiva, sendo os OVA considerados dados de pesquisa e a partir de sua análise individual descreveram-se conteúdos de geometria que podem ser explorados, bem como os benefícios da interação com o objeto, a visualização e a possibilidade de relacionar Matemática e Arte com a realização de um trabalho interdisciplinar. Por fim, realizou-se uma classificação dos objetos de conhecimento de geometria presentes nesses OVA, por ano do Ensino Fundamental Anos Finais, conforme objetos de conhecimento presentes na BNCC, para as duas unidades temáticas Geometria e Grandezas e Medidas. Concluiu-se que os objetos de conhecimento que podem ser explorados nesses OVA são polígonos, ângulos, construções geométricas, simetrias, círculo e circunferência, entre outros.

Palavras-Chave: Mandalas; Objetos Virtuais de Aprendizagem; GeoGebra; Imaginação Pedagógica.

Abstract

This work aimed to build three virtual learning objects (OVA) based on geometric mandalas and analyze the possibilities and potential of geometry and interaction content through an exercise in pedagogical imagination. Developed a qualitative propositional research, in which the presented OVA were considered research data and, based on their individual analysis, geometry contents present in them were described, as well as other potentialities observed as benefits of interaction with the object and even the possibility of relating Mathematics and Art with the realization of an interdisciplinary work. Finally, there was a classification of the geometry contents present in these OVA, per year of Elementary School Final Years, according to knowledge objects present in the BNCC, for the thematic units Geometry and, Quantities and Measures. As a conclusion that the knowledge objects that can be explored in these OVA are like polygons, angles, geometric constructions, symmetries, circle and circumference, among many others.

Keywords: Mandalas; Virtual Learning Objects; GeoGebra; Pedagogical Imagination.

¹ Licenciada em Matemática pela Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS – *Campus* Chapecó. E-mail: dreontais@gmail.com

² Doutora em Matemática pela Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP. Docente do Curso de Matemática - Licenciatura e do PROFMAT na Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS – *Campus* Chapecó. E-mail: rosane.binotto@uffs.edu.br

Introdução

A geometria é uma das áreas da Matemática. No contexto educacional atual, muitos estudiosos reconhecem que ela tem sido pouco trabalhada nas escolas e tem sido, desde muito tempo, um grande desafio para os professores de Matemática, pois momentaneamente os estudantes compreendem os conceitos, porém mais tarde, se questionados, já não lembram mais.

Como forma de superar esses desafios, sobre o ensino da geometria, pode-se propor a utilização de metodologias ou estratégias para o seu ensino, que valorizem, por exemplo, a representação visual e a manipulação de objetos geométricos aliadas às definições.

Com o objetivo de contribuir com recursos didáticos para o ensino de geometria, escolheu-se o tema mandala, que é uma expressão derivada do sânscrito, língua ancestral da Índia, e significa “círculo sagrado”. Em algumas religiões as mandalas são desenhos que representam símbolos sagrados, ciclos e portais de energia. As mandalas geométricas são desenhos com representações de retas, circunferências, polígonos e curvas simétricas.

Nesse sentido, apresentam-se como recursos didáticos três Objetos Virtuais de Aprendizagem (OVA), baseados em mandalas geométricas e construídos no software GeoGebra. Além disso, realiza-se uma análise de possibilidades e potencialidades desses OVA para a exploração de conteúdos de geometria do Ensino Fundamental Anos Finais, por meio do exercício da imaginação pedagógica.

Para tanto, define-se a seguinte questão norteadora: Quais possibilidades e potencialidades de interação e de conteúdos de geometria, do Ensino Fundamental Anos Finais, podem ser exploradas em OVA construídos a partir de mandalas geométricas?

Elenca-se, como objetivo geral deste trabalho, indicar possibilidades e potencialidades de interação e de conteúdos de geometria, do Ensino Fundamental Anos Finais, que podem ser explorados em OVA construídos a partir de mandalas geométricas. E como objetivos específicos têm-se: (i) Definir o que são mandalas geométricas; (ii) Construir OVA baseados em mandalas geométricas utilizando-se o software GeoGebra; (iii) Indicar potencialidades e possibilidades de conteúdos de geometria e de interação dos OVA por meio de um exercício de imaginação pedagógica; (iv) Classificar os conteúdos de geometria obtidos, por ano escolar do Ensino Fundamental Anos Finais. Esta classificação realiza-se conforme objetos de conhecimento das duas unidades

temáticas: Geometria e Grandezas e Medidas, indicadas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Neste artigo, discorre-se sobre ensino de geometria, mandalas, utilização de tecnologias da informação e comunicação no ensino de Matemática, OVA e imaginação pedagógica. Também se citam trabalhos que tratam do uso de mandalas no ensino de geometria.

Trata-se de uma pesquisa qualitativa propositiva, em que são apresentados três OVA e, para cada um deles, realiza-se uma análise de potencialidades e de possibilidades a partir de um exercício de imaginação pedagógica, segundo a percepção das autoras.

Este artigo apresenta um recorte de atividades desenvolvidas por Dreon (2021), no seu Trabalho Final de Graduação, no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), *Campus* Chapecó, SC.

Ensino de Geometria

A geometria é uma das áreas da Matemática que integra currículos escolares. Seu ensino tem sido tema constante de pesquisas na área da Educação Matemática. Uma das linhas de pesquisa desenvolvida por pesquisadores é apontar métodos ou estratégias adequados para o seu ensino.

Segundo Oliva (1981, p. 28), a geometria “é uma das áreas mais antigas de estudos e surgiu da necessidade dos povos de medir terras, construir moradias, templos, monumentos, etc [...]” Ela é intuitiva e concreta e está presente no cotidiano das pessoas, sendo indispensável seu estudo, porque, como destaca Lorenzato:

[...] sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem habilidade, dificilmente conseguirão resolver as situações da vida que forem geometrizadas; também não poderão utilizar da Geometria como a fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer a Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se incompleta. (LORENZATO, 1995, p. 5).

Concorda-se com o autor que a geometria estimula a percepção visual, o desenvolvimento do raciocínio lógico e dedutivo e que, por estar presente no cotidiano das pessoas, estudá-la auxiliaria na interpretação do espaço em que elas vivem.

Formas e ideias geométricas estão presentes em construções antigas e modernas, em mapas, na natureza com representações de espirais, esferas e hexágonos em árvores, flores e favos de mel. Essa presença da geometria no cotidiano permite a realização de uma abordagem crítica da realidade, relacionando seu conteúdo com situações concretas. Tal abordagem pode despertar o interesse do estudante e contribuir para a aprendizagem de conceitos geométricos.

Além disso, é fundamental proporcionar aos estudantes uma experiência que trabalhe um paralelo entre as definições formais e a representação visual, com o intuito de assegurar a construção e a compreensão dos conceitos geométricos. Isso está de acordo com o que destaca Pais (1996, p. 68), de que “a representação dos conceitos geométricos por um desenho é um dos recursos didáticos mais fortemente consolidados no ensino e na aprendizagem da geometria.”

Com relação ao ensino de geometria no Ensino Fundamental Anos Finais, a BNCC destaca a importância “da comunicação em linguagem matemática com o uso da linguagem simbólica, da representação e da argumentação” (BRASIL, 2018, p. 19). Também orienta que sejam utilizados recursos didáticos para o seu ensino, tais como softwares de geometria dinâmica, entre outros, “[...] pois esses têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. [...] Esses materiais precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização dos conceitos” (BRASIL, 2018, p. 278).

Mandalas e o Ensino de Geometria

Nesse contexto de valorização das representações visuais, pode-se destacar a ligação entre Matemática e Arte, duas áreas que têm muito em comum. A área das Artes, por meio de mandalas, pode auxiliar o estudante a produzir e expressar ideias geométricas.

As mandalas são consideradas de origem oriental e são uma das formas de arte mais antigas da humanidade. Em muitas culturas, representam cura e espiritualidade e são utilizadas por budistas e hindus na prática de orações e meditações, pois ajudam na concentração. Elas podem constituir um interessante objeto de estudo para a geometria, uma vez que a beleza e a harmonia expressas dependem de uma estrutura geométrica. Uma definição apresentada por Yamada diz que:

A mandala vem de uma palavra em sânscrito que significa “círculo, centro, circunferência” e apresenta figuras inscritas criadas com base em uma estrutura geométrica, constituída por retas e arcos que partem de pontos correspondentes à divisão igualitária da circunferência, podendo apresentar características fortemente simétricas. (YAMADA, 2013, p. 3).

Assim, destaca-se nas mandalas um grande potencial para explorar conceitos e relações geométricas, conforme é reforçado por Ramos (2016, p. 21), em que a:

[...] construção de Mandalas apresenta grande potencial de exploração e fixação de conceitos geométricos, assim como de estudo de relações geométricas e de sobreposição de figuras e linhas, além de melhorar a percepção visual dos estudantes.

O uso de mandalas para o ensino de geometria é um tema ainda pouco presente na literatura e que vem sendo explorado mais, nos últimos anos, em trabalhos acadêmicos. Em sua maioria, esses trabalhos têm como foco principal a elaboração de uma sequência de atividades com o objetivo de construir e explorar elementos e conceitos geométricos presentes em mandalas. Destaca-se, entre eles, um estudo realizado por Silva (2020), que apresenta exemplos de mandalas presentes em diferentes culturas e sua construção utilizando régua, compasso e o software GeoGebra, por meio de uma sequência de atividades, para estudar simetrias no 7º Ano do Ensino Fundamental.

Destaca-se também o trabalho de Ramos (2016), que descreve e analisa uma intervenção pedagógica realizada também em uma turma do 7º Ano do Ensino Fundamental, com a construção de mandalas para estudar conteúdos matemáticos. Já o trabalho de Souza, *et al.* (2017) apresenta uma breve discussão relacionando geometria e arte e, descreve uma prática de construção de mandalas com uma turma do 6º Ano do Ensino Fundamental.

Conforme enfatizam Chulek, Santos e Burak (2018), o exercício de construir mandalas com os estudantes é muito benéfico, pois pode-se aprofundar mais o estudo e abranger maior gama de conceitos geométricos, ao contrário de se explorar uma mandala pronta.

Por isso, a fim de se explorar conteúdos mais elementares de geometria, definiu-se a mandala geométrica como sendo um desenho de formas geométricas concêntricas, ou seja, que se desenvolvem a partir de um mesmo centro. Ela pode ser composta de retas, circunferências ou qualquer curva, quadrados ou demais polígonos.

Com relação à construção de mandalas geométricas, podem-se utilizar instrumentos de desenho geométrico (compasso, régua e transferidor) manuais ou softwares de geometria dinâmica.

Tecnologias da Informação e Comunicação

Nos últimos anos, o mundo tem vivenciado constantes e grandes avanços nas transformações tecnológicas. Esse desenvolvimento tecnológico reflete diretamente na vida humana e, portanto, torna-se necessário utilizá-lo também na educação. Para Oliveira e Moura (2015, p. 76), “a utilização de recursos tecnológicos no processo de ensino é cada vez mais necessária, pois torna a aula mais atrativa, proporcionando aos estudantes uma forma diferenciada de ensino”.

Com relação a uma definição para tecnologia da informação e comunicação (TIC), de acordo com Monteiro *et al.* (2016, sp),

a Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC) é um conjunto de recursos tecnológicos, usados de forma integrada, com um objetivo comum. As TIC podem ser usadas no comércio (publicidade), na educação (processo de ensino aprendizagem, na Educação a Distância) [...].

Sobre seu uso nos processos de ensino e aprendizagem, conforme Felipe (2015), uma vez que as TIC estão presentes no cotidiano das pessoas, elas não podem estar fora do contexto escolar:

[...] a introdução das tecnologias de informação e comunicação (TICs) na sociedade, foi motivo de uma mudança comportamental e social nitidamente vista e aqueles que não acompanham o desenvolvimento das mesmas ficam excluídos desse processo social e são denominados analfabetos digitais. Sendo algo tão viável é óbvio que a educação, princípio norteador do ser humano, não poderia ficar de fora desse contexto, visto que é muito o leque de contribuição das tecnologias no processo ensino-aprendizagem [...]. (FELIPE, 2015, p. 10).

Percebe-se uma defesa para a utilização das TIC na educação como uma possibilidade para facilitar o ensino e a aprendizagem. Porém, apesar de muitos avanços, há que se ter cuidado com a inclusão digital dos estudantes, principalmente os que são mais vulneráveis socialmente. Nesse sentido, compete à escola cumprir o seu papel de inclusão digital e igualdade social levando, conforme destaca Felipe (2015, p. 15), “de maneira prática e dinâmica, as TIC para dentro do ambiente escolar visando uma universalização de acesso às novas tecnologias”. Assim, a inserção de tecnologias digitais

nas atividades escolares permite que esses estudantes conheçam, acessem e aprendam a manusear recursos tecnológicos digitais.

Isso está de acordo com o proposto pela BNCC, para a Educação Básica, na competência cinco, que trata da importância da compreensão, do uso e da criação de tecnologias digitais de informação e comunicação, de modo consciente e crítico, tanto para comunicação quanto para o ensino e a aprendizagem de conteúdos:

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BRASIL, 2018, p. 9).

Com relação à utilização de TIC nas aulas de Matemática, Scheffer (2012, p. 31) afirma que “a incorporação de novos recursos tecnológicos na sala de aula de matemática resulta na criação de ambientes de aprendizagem que levam o estudante ao desenvolvimento de novos conceitos e à consolidação da aprendizagem”.

Ainda com relação ao uso de tecnologias nas aulas de geometria, de acordo com Puentes (2017, p. 45),

o uso de *softwares* de geometria dinâmica aumenta significativamente as possibilidades de melhoria das práticas pedagógicas em sala de aula e, com isso, a aprendizagem dos estudantes. Estes *softwares* são caracterizados por ambientes virtuais interativos que permitem a criação e manipulação de figuras geométricas a partir de suas propriedades. Desde esse ponto de vista, tais dispositivos tecnológicos facilitam a compreensão de conceitos e propriedades envolvidos.

Concorda-se, com esses autores, que o uso de softwares pode trazer benefícios para o ensino de geometria considerando suas características de dinamicidade, construção e manipulação de objetos, interatividade e visualização.

Por fim, um recurso tecnológico com muitas potencialidades para se trabalhar a Matemática é o software GeoGebra. Ele é um software livre, de domínio público e fácil manuseio, que apresenta versão em português e também pode ser utilizado de modo on-line com a publicação de atividades desenvolvidas. É um software de Matemática dinâmica que combina geometria e álgebra. Ele possibilita operar “as ferramentas de geometria disponíveis no menu ou no comando de entrada do software, criando construções geométricas na janela gráfica e, simultaneamente, obter as representações algébricas relacionadas.” (HALBERSTADT, ASSUMPÇÃO e MATHIAS, 2016, p. 35).

Pelas suas características e pelos seus benefícios, escolheu-se o software GeoGebra para a construção dos OVA.

Objetos Virtuais de Aprendizagem (OVA)

Segundo Audino e Nascimento (2010), OVA é qualquer material digital que possa ser utilizado e reutilizado para dar suporte ao processo de ensino. Ainda, de acordo com Spinelli,

um objeto virtual de aprendizagem é um recurso digital reutilizável que auxilie na aprendizagem de algum conceito e, ao mesmo tempo, estimule o desenvolvimento de capacidades pessoais, como, por exemplo, imaginação e criatividade. [...] Dessa forma, pode compor um percurso didático, envolvendo um conjunto de atividades e integrando a metodologia adotada para determinado trabalho (2007, p. 7).

Guarda e Petry (2020, p. 717), por sua vez, consideram que “os OVA constituem-se como elementos auxiliares no processo de aprendizagem de conteúdos da Matemática, contribuindo na motivação e interação dos estudantes, permitindo uma visualização gráfica/geométrica dos objetos estudados”. Ressaltam, porém, a necessidade de complementação dos estudos mediante sistematizações para o desenvolvimento de habilidades da representação descritiva desses objetos. Os autores ainda destacam que, “no âmbito escolar, o objeto virtual de aprendizagem tem por finalidade dinamizar o processo de ensino e aprendizagem focado na construção do conhecimento científico. Softwares, como GeoGebra, são utilizados como ferramenta na construção de OVA”.

Imaginação Pedagógica

Conforme Skovsmose (2015, p. 69-70), a pesquisa de possibilidades em Matemática “inclui não somente um estudo de ‘o que é’ ou ‘o que é construído’, mas também um estudo de ‘o que não é’ e ‘o que poderia ser construído’”. Para tanto, ele sugere que se considere uma situação imaginada ou uma situação arranjada para efetuar tal pesquisa. A questão é que uma situação imaginada pode estar longe da realidade, além de incluir esperanças, aspirações parciais e inconsistentes. Já a situação arranjada apesar de ser mais complexa, é um tipo de situação intermediária que, segundo Skovsmose (2015, p. 75), “oferece-nos uma maneira de olhar para o que se imaginava”.

Essa pesquisa de possibilidades, conforme Skovsmose (2015), quando se refere à escolarização e à educação, é denominada imaginação pedagógica. Ainda segundo esse autor, “[...] tal imaginação pode sugerir que práticas educativas alternativas são possíveis” (2015, p. 76).

No entanto, conforme destacam Kleemann e Petry (2020, p. 236), “quando são desenvolvidas ou apresentadas novas propostas metodológicas para o ensino de matemática, é importante fazer um exercício de imaginação pedagógica”.

A partir do exposto propõem-se este trabalho.

Delineamento Metodológico

Este trabalho consiste numa pesquisa qualitativa propositiva, em que foram considerados três OVA construídos no GeoGebra, a fim de disponibilizar aos professores de Matemática materiais que possam contribuir para o ensino de geometria, no Ensino Fundamental Anos Finais.

Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa, pois ela “trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis” (MINAYO, 2001, p. 14).

Inserem-se na perspectiva de estudo propositivo, que conforme Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 69), neste tipo de estudo, o pesquisador “não utiliza dados e fatos empíricos para validar uma tese ou ponto de vista, mas a construção de uma rede de conceitos e argumentos desenvolvidos com rigor e coerência lógica”.

Além disso, desenvolveu-se um estudo de possibilidades e potencialidades de conteúdos e de interação com esses OVA, por meio de um exercício de imaginação pedagógica, na perspectiva proposta por Skovsmose. Esta análise realizou-se a partir das percepções das autoras deste trabalho.

Por fim, organizam-se em quadros, por ano do Ensino Fundamental Anos Finais, conteúdos de geometria presentes nesses OVA, conforme objetos de conhecimento apresentados na BNCC.

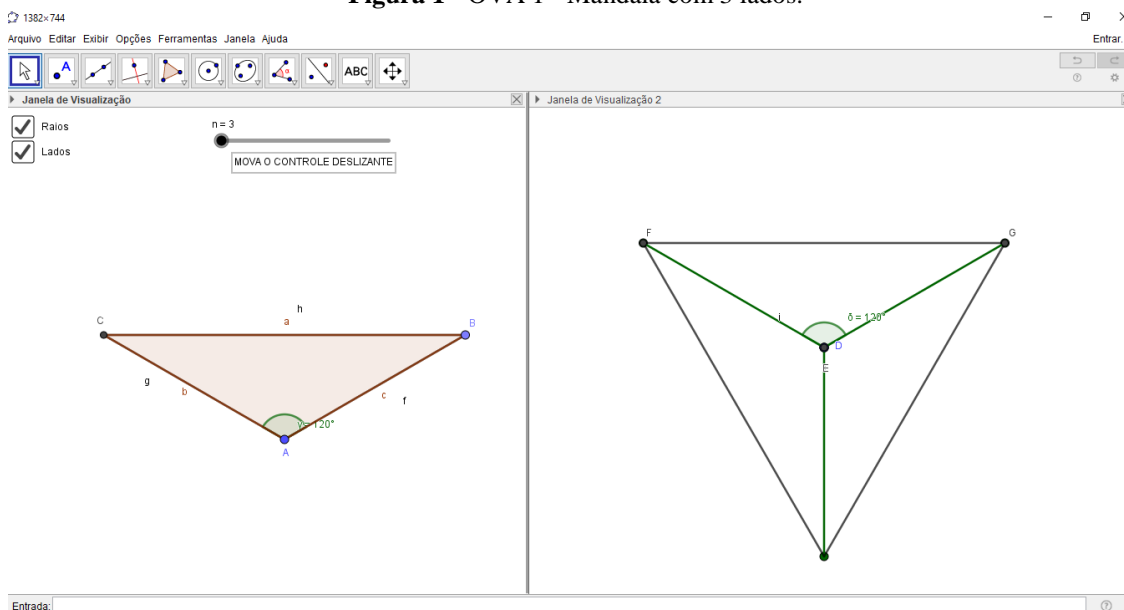
Resultados e Discussões

Inicialmente apresentam-se os três objetos (OVA 1, OVA 2 e OVA 3), sendo que, para cada um deles, é realizada uma descrição de potencialidades e possibilidades, por meio do exercício de imaginação pedagógica. Os OVA apresentados poderão ser construídos pelo professor, em conjunto com seus estudantes, a partir dos roteiros descritos e disponibilizados em Dreon (2021, pp. 41-45). Essa construção conjunta poderá contribuir para a argumentação e a compreensão de conceitos pelos estudantes.

Análise de Possibilidades e Potencialidades dos OVA

O OVA 1, em que *prints* da tela do GeoGebra são dados pelas Figuras 1 e 2, representa uma mandala que é um polígono regular, composto por triângulos, sendo que em uma das janelas de visualização aparece um dos triângulos que o compõem. Esse OVA possui um controle deslizante para o número de lados n do polígono.

Figura 1 - OVA 1 - Mandala com 3 lados.

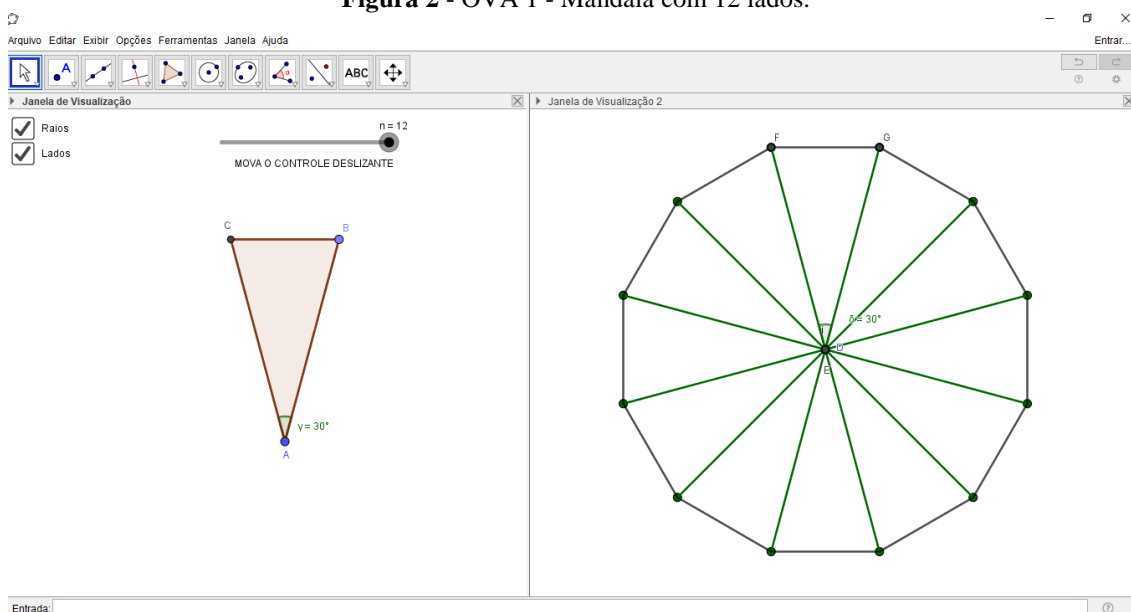


Fonte: Adaptado pelas autoras³, 2021.

A Figura 2 apresenta *print* do OVA 1 com 12 lados.

³ Arquivo original disponível em: <https://www.geogebra.org/m/evhphp9t>, acesso em: ago. 2021

Figura 2 - OVA 1 - Mandala com 12 lados.



Fonte: As autoras, 2021.

No OVA 1, podem ser explorados objetos de conhecimento relacionados ao tópicos de ângulos, como reconhecer os elementos que compõem um ângulo e sua classificação com relação à medida em agudo, reto e obtuso, além da construção geométrica dos ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° . Também pode ser explorada a bissetriz de um ângulo.

Observando o ângulo γ representado nas Figuras 1 e 2 do triângulo ABC , utilizando $n=3$ o ângulo γ mede 120° . Já para $n=12$ o ângulo γ mede 30° . Assim, tem-se que a alteração no número de lados implica uma mudança nas medidas dos ângulos e dos lados dos triângulos que compõem a mandala.

A partir da utilização do controle deslizante, podem ser exploradas várias propriedades ligadas aos triângulos, tais como a identificação dos elementos básicos vértices, ângulos e lados, além da condição de existência de um triângulo. Também podem ser exploradas a classificação dos triângulos quanto à medida dos seus lados: equilátero, isósceles e escaleno, e a classificação dos triângulos quanto à medida dos seus ângulos internos: retângulo, obtusângulo e acutângulo. Ainda, podem ser estudadas propriedades como a soma dos ângulos internos de um triângulo igual a 180° , o menor lado de um triângulo é sempre oposto ao menor ângulo interno e o maior lado é sempre oposto ao maior ângulo interno. Movimentando o controle deslizante, podem ser analisados os triângulos obtidos quanto à semelhança e quanto à congruência.

Podem ser explorados conteúdos relacionados a polígonos, como sua definição, nomenclatura, apótema, polígonos convexos e não convexos. Além disso, pode ser estudada a classificação dos polígonos regulares em relação ao número de lados e calcular a medida dos ângulos internos. Também pode ser explorado o cálculo de área de polígonos regulares de $n=5, 6, \dots, 12$ lados, a partir do cálculo da área de um triângulo.

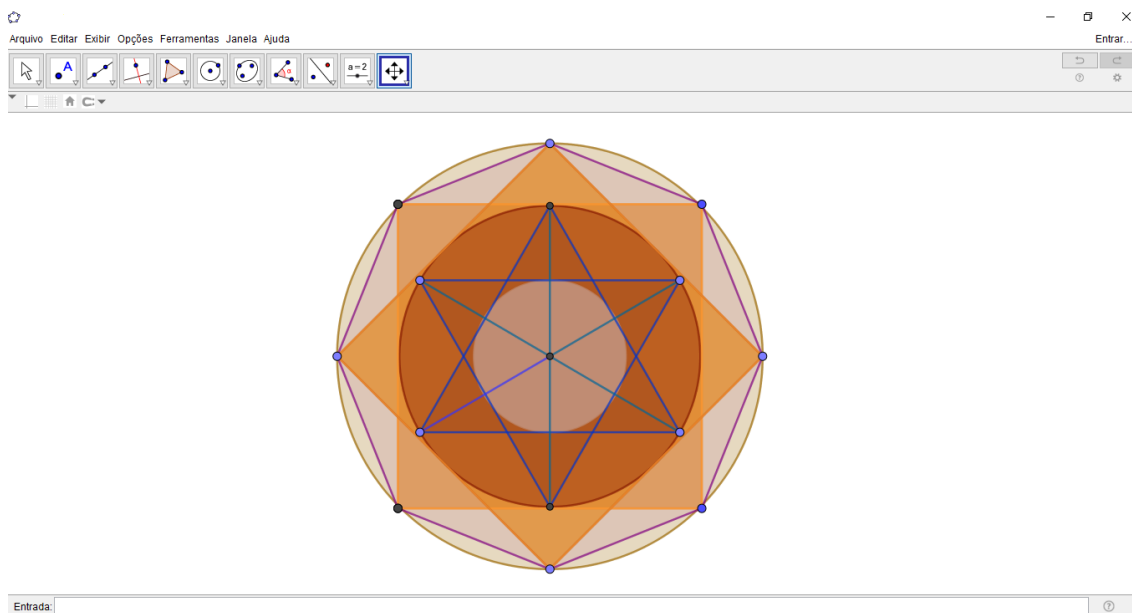
Outros conteúdos que também podem ser explorados são as relações trigonométricas: seno, cosseno e tangente, que relacionam as medidas dos lados de um triângulo retângulo com as medidas de seus ângulos.

Ainda, por meio do OVA 1, podem ser exploradas questões de raciocínio lógico, como, por exemplo, sabendo que o triângulo ABC é isósceles e que a medida do ângulo $\gamma=120^\circ$, qual é a medida dos outros dois ângulos? Para a sua solução, pode-se resolver a equação $120^\circ + 2x = 180^\circ$, em que x é a medida do ângulo procurada.

Portanto, por meio da análise de possibilidades do OVA 1, observam-se vários conteúdos que podem ser explorados para o estudo da geometria.

O segundo objeto (OVA 2), *print* da tela dado pela Figura 3, representa uma mandala composta por círculos, triângulos, quadrados e um octógono.

Figura 3 - OVA 2.



Fonte: As autoras, 2021.

Nesse OVA pode ser explorada a definição de círculo, circunferência e propriedades relacionadas a eles. Podem ser identificados, nessa mandala, o raio e o diâmetro das três circunferências presentes. A partir disso, pode-se explorar a razão entre o comprimento da circunferência e o seu diâmetro e, também, observar que sempre resulta em um mesmo número, chamado pi, denotado pelo símbolo π e que vale aproximadamente 3,141592653.... A partir dessa razão, encontra-se a fórmula que possibilita determinar o comprimento da circunferência em função do seu raio. Também é possível explorar a fórmula do cálculo da área de um círculo.

Utilizando-se as cores presentes na mandala, é possível comparar e estabelecer a diferença entre as definições de circunferência e círculo.

Com relação ao círculo, utilizando-se o OVA 2 é possível calcular a área dos três círculos presentes. Ainda, é possível identificar elementos como corda, arco, setor circular e segmento circular.

Nessa mandala, pode-se observar polígonos inscritos e circunscritos. Polígonos inscritos são aqueles que estão no interior de uma circunferência, de modo que todos os seus vértices são pontos dela. Já os polígonos circunscritos estão no exterior de uma circunferência e apresentam todos os seus lados tangentes a ela.

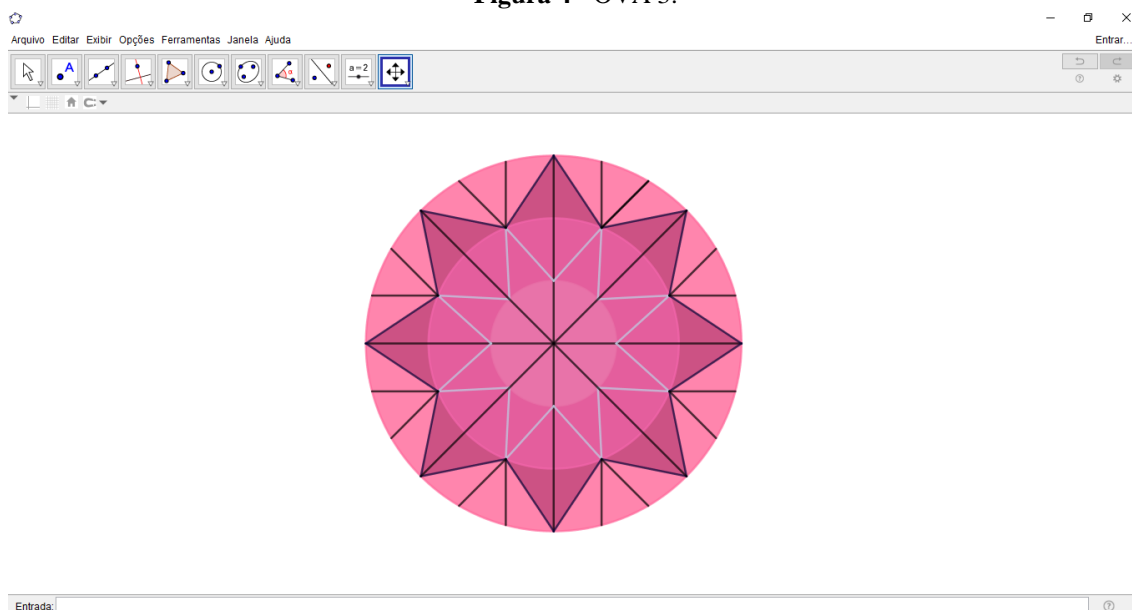
No OVA 2, todos os pontos do octógono pertencem à circunferência; nessa situação, tem-se que o octógono é inscrito na circunferência ou que a circunferência circunscribe esse polígono. Além disso, observando-se os dois quadrados e a circunferência que está no seu interior, como todos os lados do polígono são tangentes à circunferência diz-se que o polígono circunscribe a circunferência ou a circunferência está inscrita no polígono. Também pode-se explorar o caso de triângulos inscritos e circunscritos em uma circunferência.

Uma informação adicional: na construção desse objeto, o conceito de mediatriz pode ser explorado, visto que o quadrado cor laranja claro foi construído a partir da construção da mediatriz de dois segmentos. Traçando a mediatriz dos segmentos que formam o lado do quadrado laranja escuro, os pontos em que a mediatriz interceptou a circunferência maior foram ligados por meio de quatro segmentos formando o quadrado laranja claro.

Nesse OVA, também podem ser exploradas as simetrias de figuras planas (reflexão e rotação) e suas propriedades, bem como a congruência de triângulos a partir dos dois triângulos apresentados.

O OVA 3, *print* dado pela Figura 4, representa uma mandala composta por círculos e polígonos não convexos. Ele foi elaborado a partir da construção de retas paralelas, perpendiculares e da mediatriz de segmentos, entre outros resultados de geometria e construções geométricas elementares que podem ser explorados com os estudantes.

Figura 4 - OVA 3.



Fonte: As autoras, 2021.

Nele também podem ser exploradas propriedades de simetria de reflexão e rotação. A simetria reflexiva, também conhecida como simetria do espelho ou axial, ocorre quando uma reta divide a figura em partes congruentes. Ela pode ser observada no OVA 3, traçando-se um eixo de simetria na vertical que passe pelo seu centro, por exemplo. De modo análogo, qualquer outro eixo que passe pelo centro da mandala é um eixo de simetria. A simetria de rotação ou central acontece se, ao girar uma figura ao redor de um ponto, ela fica exatamente com o mesmo formato como na posição original. Isso pode ser observado rotacionando-se esse OVA.

Assim como no OVA 2, também no OVA 3 podem ser explorados os conceitos de círculo e circunferência, raio, diâmetro e suas relações. Ainda, podem ser explorados polígonos convexos e não convexos, visto que a mandala apresenta dois polígonos não convexos com 16 lados.

Classificação dos objetos de conhecimento

A unidade temática Geometria e a unidade Grandezas e Medidas fazem parte do componente curricular de Matemática do Ensino Fundamental Anos Finais. Na unidade Geometria, do 6º ao 9º Ano, alguns dos objetos de conhecimento que devem ser trabalhados são polígonos e polígonos regulares, retas paralelas, perpendiculares, figuras semelhantes, triângulos, simetrias, circunferência, mediatriz e bissetriz; na unidade Grandezas e Medidas, são ângulos, perímetro e área de polígonos e comprimento da circunferência, conforme Brasil (2018).

Neste trabalho, a partir da análise realizada, agrupam-se os OVA em quadros, por ano do Ensino Fundamental Anos Finais, considerando-se os objetos de conhecimento e as unidades temáticas Geometria e Grandezas e Medidas. Não se faz distinção dos objetos de conhecimento e suas respectivas unidades temáticas.

Inicia-se com a classificação do 6º Ano, dada pelo Quadro 1.

Quadro 1: Conhecimentos geométricos - 6º Ano.

OVA	Objetos de Conhecimento
OVA 1	<ul style="list-style-type: none">- Polígonos: nomenclatura quanto ao número de lados, vértices e ângulos.- Classificação dos polígonos em regulares e não regulares.- Classificação dos triângulos em relação às medidas dos lados e dos ângulos.- Construção de figuras planas semelhantes em situações de ampliação e redução.
OVA 2	<ul style="list-style-type: none">- Definição e propriedades de quadrado, triângulo e octógono.
OVA 3	<ul style="list-style-type: none">- Construção de retas paralelas fazendo uso de softwares.

Fonte: As autoras, 2021.

Analisando-se o Quadro 1, conclui-se que, em relação ao 6º Ano, o OVA que apresenta mais possibilidades de interação de objetos de conhecimento é o OVA 1. Esse OVA permite explorar grande parte dos conteúdos de geometria plana previstos para esse ano escolar. Os demais OVA apresentam menos possibilidades para se trabalhar os objetos de conhecimento do 6º Ano.

O Quadro 2 apresenta a classificação para o 7º Ano.

Quadro 2: Conhecimentos geométricos - 7º Ano.

OVA	Objetos de Conhecimento
OVA 1	- Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos.
OVA 2	- A circunferência como lugar geométrico: definição e seus elementos. - Círculo: definição e seus elementos. - Simetrias: rotação e reflexão.
OVA 3	Simetrias: rotação e reflexão.

Fonte: As autoras, 2021.

Para o 7º Ano, os três OVA apresentam potencialidades de se explorar conteúdos. O OVA 2 é o que apresenta mais possibilidades, permitindo um estudo da circunferência e do círculo. Os OVA 2 e 3 possibilitam o estudo de simetrias, um conteúdo que, na maioria das vezes, não é trabalhado na Educação Básica. A simetria é bastante visual; assim, a utilização de OVA facilita seu ensino pois estimula o raciocínio e a compreensão do conceito através da visualização.

O Quadro 3 apresenta a classificação para o 8º Ano.

Quadro 3: Conhecimentos geométricos - 8º Ano.

OVA	Objetos de Conhecimento
OVA 1	- Congruência de triângulos. - Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.
OVA 2	- Mediatriz como lugar geométrico e construção. - Simetrias: rotação e reflexão.
OVA 3	- Mediatriz como lugar geométrico e construção. - Simetrias: rotação e reflexão.

Fonte: As autoras, 2021.

Para o 8º Ano, destaca-se, nos OVA 2 e 3, a possibilidade de estudo da mediatriz que aparece na construção desses OVA. Neste sentido, enfatizam-se, novamente, os benefícios de o professor realizar as construções dos OVA com os estudantes, explorando cada ferramenta do GeoGebra utilizada, aumentando a quantidade de conceitos que podem ser trabalhados.

Por fim, o Quadro 4 apresenta a classificação para o 9º Ano.

Quadro 4: Conhecimentos geométricos - 9º Ano.

OVA	Objetos de Conhecimento
OVA 1	- Estudo dos triângulos. - Estudo dos polígonos.
OVA 2	- Polígonos inscritos e circunscritos na circunferência. - Relações entre arcos e ângulos na circunferência.
OVA 3	- Estudo dos triângulos. - Estudo dos demais polígonos.

Fonte: As autoras, 2021.

Com relação aos objetos de conhecimento do 9º Ano, os OVA 1, 2 e 3 apresentam duas possibilidades cada, na percepção das autoras, potencialidades para se trabalhar objetos de conhecimento desse ano escolar.

Outras Conclusões

Foram apresentados três OVA, dois mais simples e um mais elaborado, construídos no GeoGebra, o que facilitou bastante sua construção. Nesses OVA, foi possível elencar objetos de conhecimento tais como ângulos, polígonos, simetrias, estudo do círculo e da circunferência, construções geométricas, entre vários outros destacados nos Quadros 1, 2, 3 e 4.

A partir dessa classificação, concluiu-se que dos três OVA o OVA 1, apesar de, no contexto das mandalas, representar uma construção mais simples, é o objeto que mais possibilidades traz de se explorar conteúdos de geometria, enquanto o OVA 3, que representa uma mandala muito mais elaborada, é o que apresenta menos possibilidades.

Utilizando-se o OVA 1, podem ser estudados quase todos os conteúdos de geometria plana previstos para o 6º Ano. Ainda, destaca-se que a utilização do controle deslizante nesse objeto permite a realização de vários questionamentos para os estudantes estimulando o desenvolvimento do raciocínio exploratório.

No OVA 2, salientam-se várias possibilidades de exploração a partir dos conceitos de circunferência, círculo e simetrias. Já o OVA 3 configura-se em uma excelente ferramenta para o estudo das simetrias.

Além das possibilidades de se explorar conteúdos ou objetos de conhecimento de geometria podem-se destacar outras potencialidades, tais como a construção dos OVA no

GeoGebra utilizando-se as ferramentas do GeoGebra, a visualização e o movimento proporcionados pela interação com o software e a realização de um trabalho interdisciplinar entre Matemática e Arte, que não foi abordada neste trabalho. Como a construção de mandalas permite explorar conceitos matemáticos e estéticos de forma interdisciplinar, tais como a simetria e a disposição harmônica dos polígonos, demonstra-se que há possibilidades de articulação entre os componentes curriculares de Arte e Matemática.

Considerações finais

Neste trabalho, buscou-se construir um OVA mediante uma abordagem ainda pouco explorada para ensinar conceitos de geometria: a construção de mandalas utilizando-se o GeoGebra. Foram apresentados três OVA baseados em mandalas geométricas, acompanhados de um exercício de imaginação pedagógica, para indicar possibilidades e potencialidades que podem ser exploradas na Educação Básica. Pode-se verificar, por meio dos quadros apresentados e do exercício de imaginação pedagógica, que vários conceitos geométricos fazem parte do currículo da Educação Básica e permitem utilizar esses OVA.

Destaca-se a importância de os docentes buscarem alternativas de recursos metodológicos, entre as formas de representação de objetos de estudos da Matemática, para a consolidação do processo de aprendizagem, de forma a desenvolver, nos estudantes, habilidades de representação dos conceitos estudados. A utilização de recursos tecnológicos na prática docente apresenta-se como um aliado para despertar o interesse e o comprometimento dos estudantes na construção do conhecimento. Nesse sentido, a fim de também contribuir na disponibilização de material para professores utilizarem em suas aulas, desenvolveu-se este trabalho.

O objetivo principal foi indicar possibilidades e potencialidades de interação e de conteúdos de geometria que passam ser explorados em OVA elaborados a partir de mandalas geométricas como estratégias diferenciadas para aprender geometria e, também, identificar a sua presença no meio em que se vive. A prática com a construção de mandalas é desafiadora e pode conquistar o estudante, sendo um recurso facilitador e, ao mesmo tempo, motivador do processo ensino, dando ênfase à relação teoria e prática,

para que os estudantes possam, a partir do concreto, abstrair conceitos para uma aprendizagem mais significativa.

Conclui-se que os objetivos propostos foram alcançados e espera-se que este material produzido seja utilizado por professores da Educação Básica em suas aulas e que as discussões e os resultados obtidos contribuam para a melhoria do ensino de geometria.

Referências

AUDINO, D. F.; NASCIMENTO, R. S. Objetos de aprendizagem – diálogos entre conceitos - uma nova proposição aplicada à educação. **Revista Contemporânea de Educação**, 10(5), 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/UNDIME, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 30 nov. 2021.

CHULEK, C.; SANTOS, S. R. P.; BURAK, D. Mandala: relato de experiência de uma atividade de modelagem Matemática. VIII Encontro Paranaense de Modelagem Matemática. Cascavel, **Anais...** 2018.

DREON, T. C. **Mandalas e a Geometria do Ensino Fundamental II**. 2021. 46 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal da Fronteira Sul, Chapecó, 2021.

FELIPE, F. A. M. **O uso das TICs nas aulas de Matemática**. 2015. 43 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Curso de Matemática, Universidade Aberta do Brasil e Instituto UFC Virtual da Universidade Federal do Ceará, Quixadá, 2015. Disponível em: http://www.repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/35895/1/2015_tcc_famfelipe.pdf. Acesso em: 18 nov. 2021.

GUARDA, S. M.; PETRY, V. J. Uso de Objetos Virtuais de Aprendizagem Visando à Compreensão e à Representação de Elementos da Geometria Analítica. **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**, 33 (1):707-7017, 2020.

HALBERSTADT, F. F.; ASSUMPCÃO, P. G. S. de; MATHIAS, C. V. Possibilidades de uso do GeoGebra no ensino e aprendizagem da geometria: algumas reflexões. **Educ.&Tecnol.** Belo Horizonte. v. 21, n. 3, p. 32-44, set./dez. 2016.

KLEEMANN, R.; PETRY, V. J. Desenvolvimento de um Exercício de Imaginação Pedagógica a partir de uma Proposta Metodológica Interdisciplinar. **Investigações em Ensino de Ciências (on-line)**, v. 25, p. 232-251, 2020.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? A Educação Matemática em Revista – Geometria, Blumenau, SC: SBEM – **Sociedade Brasileira de Educação**

Matemática, ano III, n. 4, p. 3-13, 1º semestre 1995. Disponível em:
http://professoresdematematica.com.br/wa_files/0_20POR_20QUE_20NAO_20ENSINAR_20GEOMETRIA.pdf. Acesso em: 18 ago. 2021.

MINAYO, M. C. D. S. (Org.). Pesquisa Social. Teoria, método e criatividade. 18. ed. Petrópolis: Vozes, 2001. Disponível em:
http://www.faed.udesc.br/arquivos/id_submenu/1428/minayo_2001.pdf. Acesso em: 05 out. 2021.

MONTEIRO, L. S. *et al.* Tecnologia da Informação e Comunicação Empregados na Engenharia. **Revista de Trabalhos Acadêmicos – Universo Recife**, v. 3, n. 4, 2016. Disponível em:
<http://revista.universo.edu.br/index.php?journal=1UNICARECIFE2&page=article&op=view&path%5B%5D=3449>. Acesso em: 06 dez. 2021.

OLIVA, W. M. Geometria não euclidiana. **Revista do professor de matemática. SBM**, n. 2, p. 28-31, 1981.

OLIVEIRA, C. D.; MOURA, S. P. TICs na educação: a utilização das tecnologias da informação e comunicação na aprendizagem do aluno. **Pedagogia em Ação**, v. 7, n. 1, p. 75-94, dez. 2015. Disponível em:
<http://periodicos.pucminas.br/index.php/pedagogiacao/article/view/11019/8864>. Acesso em: 04 jul. 2021.

PAIS, L. C. Intuição, Experiência e Teoria Geométrica. **Zetetiké**, Campinas, v. 4, n. 6, p. 65-74, dez. 1996. Disponível em:
<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646739/13641>. Acesso em: 26 out. 2021.

PUNTES, R. V. **Tecnologias de informação e comunicação no ensino de Matemática**. 2017. 69 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Curso de Matemática, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2017. Disponível em:
<https://repositorio.ufu.br/bitstream/123456789/25245/1/Tecnologias%20de%20informacao%20e%20comunicacao.pdf>. Acesso em: 16 ago. 2021.

RAMOS, A. P. D. O. **Mandalas e a construção de saberes em Arte e Matemática**. 2016. 28f. Monografia (Licenciatura em Ciências Exatas - Matemática) - Universidade Federal do Pampa, Unipampa, Caçapava do Sul (RS), 2016. Disponível em:
http://cursos.unipampa.edu.br/cursos/cienciasexatas/files/2014/06/TCC_AnaPaula2016-2.pdf. Acesso em: 09 abr. 2021.

SCHEFFER, N. F. A argumentação em matemática na interação com tecnologias. **Ciência e Natura**, v. 34, p. 23-38, 2012.

SILVA, H. P. D. **O uso de mandalas como estratégia para o ensino de simetrias**. 2020. 77f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de São Paulo, IFSP, São Paulo (SP),

2020. Disponível em: https://sca.proformat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc4.php?cod=5561_6333f571bde7a44116108848ba3747faec4058f8. Acesso em: 09 abr. 2021.

SKOVSMOSE, O. Pesquisando o que não é, mas poderia ser. In: B. S., D´Ambrosio; C. E., Lopes (Org.). **Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática**. (p. 63-90). Campinas: Mercado de Letras, 2015.

SPINELLI, W. **Os Objetos Virtuais de Aprendizagem**: ação, criação e conhecimento. s/d. Disponível em: <http://www.lapef.fe.usp.br/rived/textoscomplementares/textoImodulo5.pdf>. Acesso em: 10 abr. 2021.

SOUZA, M. B. *et al.* **Matematicando**: a geometria nas mandalas. **Signos**, Lajeado, v. 38, n. 1, p. 97 - 117, 2017. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.22410/issn.1983-0378.v38i1a2017.1387>. Acesso em: 09 abr. 2021.

YAMADA, T. R. U. **A abordagem com mandalas na formação do professor de Matemática**. Disponível em: https://silo.tips/queue/a-abordagem-com-mandalas-na-formacao-do-professor-de-matematica?&queue_id=-1&v=1629328687&u=MTc3Ljc1LjEzMy40OQ==. Acesso em: 18 ago. 2021.