

# EDUCAÇÃO MATEMÁTICA SEM FRONTEIRAS: Pesquisa em Educação Matemática

## PADRÕES GEOMÉTRICOS E FIGURAIS: UMA ANÁLISE EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL

### GEOMETRIC AND FIGURAL PATTERNS: AN ANALYSIS IN ELEMENTARY MATHEMATICS SCHOOL BOOKS

Dienifer Ferner Fernandes<sup>1</sup>

Maria Arlita da Silveira Soares<sup>2</sup>

Cleber Massirer Borba<sup>3</sup>

#### Resumo

Este texto tem por objetivo apresentar a análise das versões aprovadas nos PNLD/2017 e PNLD/2020 de uma coleção de livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental quanto à abordagem de padrões geométricos e figurais. Para tanto, buscou-se referências em pesquisas sobre desenvolvimento do pensamento algébrico e documentos curriculares (Base Nacional Comum Curricular, Parâmetros Curriculares Nacionais). A opção metodológica foi de uma pesquisa qualitativa na forma de análise documental. A análise dos dados permitiu concluir que os padrões geométricos e figurais são abordados em raras situações nos livros didáticos analisados e na maioria das situações estão localizados nas sessões especiais das obras, indicando que os padrões não foram tomados como ponto de partida para a aprendizagem de conteúdos/conceitos matemáticos, em particular, conceitos algébricos. Sublinha-se que muitos dos padrões verificados em ambas as versões da coleção foram utilizados para retomar e/ou ampliar o estudo da operação de potenciação. Ressalta-se que são pouquíssimas as situações que envolvem padrões figurais ou geométricos que mobilizam as três fases de um padrão. Assim, os professores que visam propor atividades para o desenvolvimento do pensamento algébrico não devem limitar-se às situações propostas nas coleções analisadas.

**Palavras-Chave:** Pensamento Algébrico; Dimensões da Álgebra; Padrões Geométricos e Figurais; Anos Finais do Ensino Fundamental.

#### Abstract

This text aims to present the analysis of the versions approved in the PNLD/2017 and PNLD/2020 of an elementary school Mathematics textbooks collection regarding the approach of geometric and figural patterns. For this, references were sought in research on the development of algebraic thinking and curricular documents (National Common Curricular Base, National Curriculum Parameters). The methodological option was a qualitative research in the form of documentary analysis. Data analysis allowed us to conclude that geometric and figural patterns are identified in rare situations in the analyzed textbooks, and in most situations, they are situated in special sections of the works, indicating that the

---

<sup>1</sup> Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde: Universidade Federal do Pampa, Campus Uruguaina-RS, dieniferlferner@gmail.com

<sup>2</sup> Doutora em Educação nas Ciências: Universidade Federal do Pampa, Campus Caçapava do Sul-RS, mariasoares@unipampa.edu.br

<sup>3</sup> Especialista em Educação Científica e Tecnológica, Professor da rede municipal de Caçapava do Sul-RS, cleber2471@gmail.com

patterns were not taken as a starting point for learning mathematical contents/concepts, in particular, algebraic concepts. It should be noted that many of the patterns verified in both versions of the collection were used to resume and/or expand the study of the enhancement operation. It is noteworthy that there are very few situations that involve figural or geometric patterns that mobilize the three phases of a pattern. Thus, teachers who aim to propose activities for the development of algebraic thinking should not limit themselves to the situations proposed in the analyzed collections.

**Keywords:** Algebraic Thinking; Algebra Dimensions; Geometric and Figurative Patterns; Final Years of Elementary School.

## Introdução

O estudo de conceitos algébricos na Educação Básica, em particular, no Ensino Fundamental é defendido em pesquisas e propostas curriculares por potencializar um espaço significativo para que o estudante desenvolva as capacidades de abstração e generalização, fundamentais à aprendizagem da Matemática. Além disso, a aprendizagem de conceitos algébricos proporciona ao estudante adquirir uma importante ferramenta na resolução de problemas, sejam eles da própria Matemática, de outra área do conhecimento ou das práticas diárias.

No entanto, os resultados de avaliações de larga escala (por exemplo, Prova Brasil) indicam que poucos estudantes atingem índices satisfatórios quanto à aprendizagem de conceitos algébricos. Diante desses resultados, estudos internacionais (PONTE et al., 2009; VALE et al., 2008; VALE; PIMENTEL, 2013; VAN DE WALLE, 2009) e nacionais (BRASIL, 1998; FIORENTINI et al., 2005), sobre o ensino e aprendizagem da Álgebra, vêm sendo desenvolvidos para entender as especificidades desse processo, bem como buscar alternativas para melhorá-lo. Esses estudos têm apontando que o principal objetivo do ensino da Álgebra é o desenvolvimento do pensamento algébrico. Conforme Blanton e Kaput <sup>4</sup>(2005 apud FERREIRA et al., 2017, p. 174), pensamento algébrico é um processo no qual estudantes “generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados a sua idade”.

Segundo Vale e Pimentel (2013), as atividades envolvendo padrões (numéricos, geométricos, figurais) apresentam uma alternativa importante para que os estudantes

---

<sup>4</sup> BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v.36, n.5, p.412-443, 2005.

possam conjecturar, generalizar e provar processos complexos relacionados ao desenvolvimento do pensamento matemático, em particular, o algébrico.

Dada a importância das atividades envolvendo padrões no desenvolvimento do pensamento algébrico e o uso frequente de livros didáticos por professores na elaboração de seus planejamentos, este trabalho tem por objetivo apresentar a análise das versões aprovadas nos PNLD<sup>5</sup>/2017 e PNLD/2020 de uma coleção de livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental quanto à abordagem de padrões geométricos e figurais. Destaca-se que o texto apresenta um aprofundamento e ampliação das discussões dos resultados da pesquisa realizada por um dos autores, no que tange as alterações nas propostas de livros didáticos em função da aprovação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), em particular, no estudo da Álgebra.

## **Padrões no ensino e aprendizagem da Álgebra: alguns entendimentos**

A importância da aprendizagem de conceitos algébricos se dá pela necessidade de mobilizá-los na resolução de problemas dentro da própria matemática, de outras áreas do conhecimento e de práticas diárias. Além disso, a apropriação desses conceitos possibilita aos estudantes continuarem seus estudos, pois a Álgebra está presente nos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Geometria, Estatística, Probabilidade) e é utilizada por diversas áreas do conhecimento (Computação, Engenharias, Física, Química, Biologia).

A Álgebra é considerada a linguagem das ciências por ser uma linguagem simbólica que possibilita expressar relações e generalizações, sem recorrer a cálculos numéricos. Contudo, pesquisas (VALE et al, 2008; VAN DE WALLE, 2009) e documentos curriculares (BRASIL, 1998) afirmam que o ensino desse campo da Matemática tem priorizado a manipulação de símbolos e a resolução de equações em detrimento da construção de conceitos pela observação de padrões e regularidades, por exemplo, função, essencial ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

Para Kaput <sup>6</sup>(1999 apud VAN DE WALLE, 2009), o pensamento algébrico é manifestado quando são elaboradas generalizações de dados e relações matemáticas por

---

<sup>5</sup> Programa Nacional do Livro Didático.

<sup>6</sup> KAPUT, J. Teaching and learning a new algebra. In FENNEMA, E. ROMBERG, T.A. (Eds.), **Mathematics classrooms that promote understanding**. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum. 1999.

meio de conjecturas e argumentos. Essas generalizações são expressas por meio de uma linguagem cada vez mais formal e podem ser exploradas no trabalho com qualquer conceito matemático desde os anos iniciais de escolaridade. Para tanto,

é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. (BRASIL, 2018, p. 170)

O desenvolvimento do pensamento algébrico, conforme a BNCC, requer um trabalho articulado com as diferentes dimensões da Álgebra. Na Figura 1 é apresentada uma síntese das diferentes concepções/dimensões da Álgebra e das diferentes funções das letras.

Na dimensão da Álgebra “aritmética generalizada” (Figura 1) verifica-se a menção à generalização de padrões. Contudo, a análise de padrões não deve limitar a esta dimensão, visto que:

É interessante também propor situações em que os alunos possam investigar padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas e identificar suas estruturas, construindo a linguagem algébrica para descrevê-los simbolicamente. Esse trabalho favorece que o aluno construa a ideia de Álgebra como uma linguagem para expressar regularidades. (BRASIL, 1998, p. 117)

**Figura 1 – Dimensões da Álgebra**



Fonte: Brasil, 1998, p. 116

Segundo Van de Walle (2009, p. 287), o pensamento algébrico refere-se à formulação de generalizações “a partir da experiência com números e operações, formalizar essas ideias com o uso de um sistema de símbolos significativo e explorar os

conceitos de padrão e de função”. Essa perspectiva está presente no documento da BNCC ao defender que “ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade” (BRASIL, 2018, p. 170) estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem da Álgebra desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Nas citações anteriores percebe-se o destaque ao estudo de regularidades e padrões no desenvolvimento do pensamento algébrico. Para Borralho, Cabrita, Palhares e Vale (2007, p. 5), “os padrões são a essência da matemática e a linguagem na qual é expressa”. “Não só porque os padrões se encontram em várias formas na vida de todos os dias e ao longo da matemática escolar, mas porque também podem constituir um tema unificador” (ibidem).

A utilização de padrões no ensino de Matemática proporciona aos estudantes a identificação de relações, determinação de conexões e elaboração de generalizações. Em outras palavras, “padrão é uma poderosa estratégia de resolução de problemas” (BORRALHO et al. 2007, p. 7). Nesta perspectiva, no documento intitulado “National Council of Teachers of Mathematics”, o NCTM<sup>7</sup> (2008, p. 39) menciona que “a experiência sistemática com padrões [desde os anos iniciais de escolarização] poderá vir a desenvolver a compreensão do conceito de função”.

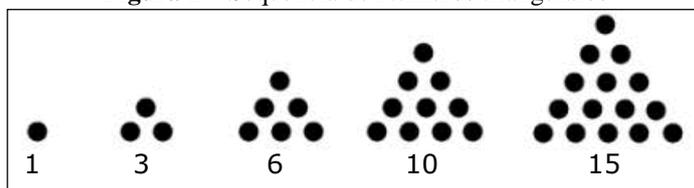
Dada a importância dos padrões no ensino da Matemática, em particular, da Álgebra, cabe um questionamento: ao utilizarem o termo padrão, os pesquisadores e documentos curriculares estão se referindo a quê? Para Borralho et al. (2007, p. 1), o termo “padrão é usado quando nos referimos a uma disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons onde se detectam regularidades”. Cabe destacar que, para esses pesquisadores, não há uma definição para padrão que o caracterize como um conceito matemático. Contudo, alguns termos utilizados na proposição de atividades oferecem indícios de que elas envolvem a construção e/ou análise de padrões: “regularidade, sequência, sucessão, repetição, lei de formação, regra, ordem, generalização, fórmula, variável, invariante, configuração, disposição, ritmo, motivo, friso, pavimentação” (VALE et al., 2008, p. 3).

---

<sup>7</sup>Ao citar o documento intitulado Princípios e Normas para a Matemática Escolar elaborado pelo NCTM utilizaremos a versão traduzida pela Associação de professores de Matemática de Portugal.

O foco deste trabalho é a análise de padrões geométricos e figurais. Entende-se por padrões geométricos aqueles que apresentam alguma regularidade geométrica, por exemplo, a sequência que envolve os chamados números triangulares (Figura 2).

**Figura 2** – Sequência de Números triangulares



Fonte: Organizado pelos autores

Para determinar o termo geral da sequência o estudante pode reorganizar e dobrar os círculos que compõem cada figura, formando retângulos de lados iguais a  $n$  e  $(n+1)$ . Assim, o número de círculos de cada triângulo é numericamente igual a metade do número de círculos de cada retângulo, ou seja,  $n.(n+1)/2$ , que é a fórmula do termo geral do número de círculos da sequência apresentada. (SILVA; PIRES, 2013).

Considera-se como padrões figurais aqueles que envolvem figuras, sendo que estas não são figuras geométricas, mas permitem a compreensão de propriedades numéricas. Um exemplo de padrão figural é exposto na Figura 3.

**Figura 3** – Exemplo de Padrão Figural



Fonte: Ponte, Branco, Matos, 2009

Segundo Herbert e Brown (1997), a resolução de um problema que apresenta um padrão envolve três fases: (1) Procura de padrões — extrair a informação relevante; (2) Reconhecimento do padrão, descrevendo-o através de métodos diferentes — a análise dos aspectos matemáticos; e (3) Generalização do padrão – a interpretação e aplicação do que se aprendeu. Essas fases são exemplificadas no Quadro 1.

**Quadro 1** – Fases de um padrão

Fases	Exemplo
Procura de padrões	<p>Quantidade anterior mais alguma coisa</p>

Reconhecimento do padrão	 <p>Um quadrado mais uma coluna</p>								
	Passo	1	2	3	4	5	6	?	—
Quantidade de pontos	2	6	12	20	30	?	?	—	?
Generalização do padrão	$n^2 + n$								

Fonte: Adaptado de Van de Walle (2009).

Conforme Vale e Pimentel (2013), “há estudos<sup>8</sup> que mostram que os alunos de vários níveis são capazes de observar, formular conjecturas e explicar se começarem a trabalhar a partir de casos particulares, ações que fazem parte do processo de raciocínio indutivo”.

Sendo assim, o estudo da Álgebra deve começar desde os anos iniciais, de forma intuitiva, com o estudo dos padrões presentes no mundo em que vivemos, buscando analisá-los e descrevê-los e, posteriormente, trabalhar e aprofundar linguagem formal.

## Aspectos metodológicos

A pesquisa que deu origem a este estudo analisou, em relação ao trabalho com padrões geométricos e figurais, duas coleções distintas de livros didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental, aprovadas pelo PNLD/2017, selecionadas por meio do ranking de distribuição destes materiais nas escolas públicas brasileiras e a avaliação do PNLD.

Este trabalho apresenta um aprofundamento e ampliação das discussões de alguns dos resultados da pesquisa mencionada, quanto às alterações nas propostas de livros

<sup>8</sup> Seguem as referências dos estudos citados pelas autoras: Barbosa, A. (2011). Patterning problems: sixth graders' ability to generalize. In M. Pytlak, T. Rowland & E. Swoboda (Eds.), Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, pp. 420-428. Rzeszow: ERME. Cañadas, M. C. & Castro, E. (2005). Inductive reasoning in the justification of the result of adding two even numbers. Paper presented at the CERME 5, acedido em 20 de Janeiro <http://funes.uniandes.edu.co/1605/1/CERME5.pdf>

Vale, I. & Pimentel, T. (2010). From figural growing patterns to generalization: a path to algebraic thinking. In M.F. Pinto, & T. F. Kawasaki (Eds.), Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4, pp. 241-248. Belo Horizonte, Brasil: PME.

didáticos em função da aprovação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), em particular, no estudo da Álgebra, pois uma das coleções analisadas foi, novamente, aprovada pelo PNLD realizado no ano de 2020. Desta forma, optou-se por apresentar a análise das versões aprovadas nos PNLD/2017 e PNLD/2020 dessa coleção de livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental quanto à abordagem de padrões geométricos e figurais.

Primeiramente, de posse das duas versões da coleção<sup>9</sup>, as quais são compostas, cada uma, por quatro livros didáticos, elaborados para os Anos Finais do Ensino Fundamental (6º, 7º, 8º e 9º)<sup>10</sup>, buscou-se identificar a presença de padrões geométricos e/ou figurais. Salienta-se que foram analisados os livros didáticos destinados ao professor.

De posse de cada situação em que padrões geométricos e figurais foram expostos, organizou-se, por meio de um quadro, o livro, a página e conteúdos/conceitos matemáticos em que estes foram explorados, assim como, baseado no referencial teórico, o tipo de padrão, as fases de um padrão (1- busca de padrão; 2- reconhecimento do padrão; 3- generalização) e as representações matemáticas (geométrica, figural, numérica, algébrica) mobilizadas.

Na sequência, é apresentada a discussão referente aos dados obtidos.

## **Análise dos dados**

Antes de expor a análise dos dados, a fim de situar o leitor, optou-se por apresentar como as obras estão organizadas. As coleções, A e B, mantiveram a mesma estrutura para a abordagem de conceitos/conteúdos nos livros de 6º a 9º ano. Isto é, cada livro está disposto em capítulos em que abordam, cada um, um bloco de conceito/conteúdo matemáticos. Em todos os capítulos a apresentação da teoria é apoiada em alguns exemplos; em seguida, são expostas sessões “exercícios propostos” e “exercícios complementares” que contêm um conjunto de exercícios sobre o conceito/conteúdo explorado anteriormente.

Alguns capítulos apresentam as seguintes sessões: “Pense mais um pouco”, cujo objetivo é propor atividades desafiadoras; “Para saber mais”, que inclui textos

---

<sup>9</sup> Denominou-se “Coleção A” a aprovada pelo PNLD/2017 e “Coleção B” a aprovada pelo PNLD/2020.

<sup>10</sup> Denominou-se os livros da Coleção A como: LD6A, LD7A, ...; referentes ao livro didático do 6º ano, 7º ano e assim por diante. A mesma organização foi realizada para a Coleção B, logo LD6B, LD7B, ...

complementares referentes aos conteúdos estudados; “Agora é com você!”, nas quais há exercícios para que os estudantes resolvam; “Trabalhando a informação”, voltadas ao estudo de estatística e probabilidade; e “Diversificando”, na qual há jogos, aplicações de alguns conceitos trabalhados e desafios. Ao final de cada volume, encontram-se respostas das atividades propostas, uma lista de siglas, além de sugestões de leituras para o estudante e a bibliografia da coleção.

O guia do PNLD/2017, em relação à Coleção A, aponta que

a coleção caracteriza-se por discutir os conceitos com base em um ou em poucos exemplos, seguidos de alguma sistematização e de atividades de aplicação. Quase sempre, as definições e os resultados das questões abordadas são apresentados prontos, sem incentivo à participação ativa do estudante na construção do conhecimento. Essas escolhas **pouco contribuem para o desenvolvimento de habilidades cognitivas, como observar, buscar padrões e regularidades, generalizar e elaborar hipóteses.** (BRASIL, 2016, p. 107, grifos nossos)

Já a Coleção B, no guia do PNLD/2020, foi avaliada positivamente em relação à participação do estudante na construção do conhecimento, visto que “na obra é possível identificar situações que possibilitam ao estudante interpretar, refletir, analisar, discutir, criar, representar, levantar hipóteses, argumentar, concluir e expor resultados de diversas maneiras” (BRASIL, 2019, p. 119). Em relação aos padrões e regularidades, os avaliadores mencionam que estes não se restringem

[...] ao campo Geometria e Números, no campo relacionado à Álgebra este viés também está presente nas sequências numéricas ou não, bem como no trabalho com leis matemáticas que possam expressar interdependência entre grandezas e generalizações. (BRASIL, 2019, p. 122)

O trabalho com conceitos/conteúdos algébricos, na Coleção A, é iniciado no livro do 7º ano e é dado sequência nos livros do 8º e 9º ano. Já na Coleção B, os capítulos referentes a conceitos/conteúdos algébricos são abordados desde o 6º ano, como pode ser observado no Quadro 2.

**Quadro 2** – Capítulos referentes a conceitos/conteúdos algébricos das obras analisadas.

Obras	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano
Coleção PNLD/2017	-	Equações; Inequações; Sistema de equações.	Cálculo algébrico; Frações algébricas e sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas	Equações do 2º grau; Estudo das funções
Coleção PNLD/2020	Um pouco de álgebra	Equações; Inequações; Sistema de equações.	Cálculo algébrico; Polinômios e frações algébricas;	Equações do 2º grau; Estudo das funções

			Sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas	
--	--	--	---	--

Fonte: Adaptado da Coleção A e B

Ao tratar das dimensões da Álgebra, o capítulo do 6º ano da Coleção B enfatiza a dimensão funcional. Os conceitos/conteúdos escolhidos para o 7º ano, em ambas coleções, evidenciam a dimensão equação, nos livros do 8º ano percebe-se um destaque às dimensões equação e estrutural e no 9º ano são abordadas as dimensões equação e funcional. Assim, verifica-se que a dimensão da Álgebra mais enfatizada, nas duas versões, é a equação.

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1998, p. 117),

é fato conhecido que os professores não desenvolvem todos esses aspectos da Álgebra [aritmética generalizada, funcional, equação e estrutural] no ensino fundamental, pois privilegiam fundamentalmente o estudo do cálculo algébrico e das equações - muitas vezes descoladas dos problemas. Apesar de esses aspectos serem necessários, eles não são, absolutamente, suficientes para a aprendizagem desses conteúdos. Para a compreensão de conceitos e procedimentos algébricos é necessário um trabalho articulado com essas quatro dimensões ao longo dos terceiro e quarto ciclos.

Talvez os professores não desenvolvam atividades que relacionem as diferentes dimensões da Álgebra devido aos livros didáticos escolhidos por eles darem ênfase ao cálculo algébrico e equações em detrimento do estudo desse campo como aritmética generalizada e funcional. Dimensões estas que podem ser exploradas desde os anos iniciais a partir da análise de padrões, em particular, sequências (FERREIRA et al., 2017).

A análise das unidades/capítulos dedicadas(os) ao estudo de conteúdos/conceitos de Álgebra indica algumas concepções do autor (da coleção) sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico, em particular, o destaque para a dimensão equação. Contudo, torna-se importante uma análise detalhada de cada volume na busca por identificar como padrões geométricos e figurais são propostos, visto que propostas curriculares (BRASIL, 1998; BRASIL, 2018) e pesquisadores (SILVA; PIRES, 2013; VALE; PIMENTEL, 2013; VAN DE WALLE, 2009) defendem que o estudo de padrões permite articular vários campos da matemática, em especial, Álgebra e Geometria. Nesta perspectiva, a seguir apresentam-se os resultados da análise das versões da coleção quanto aos padrões geométricos e figurais propostos.

O Quadro 3 expõe em quais situações, das versões da coleção analisada, os padrões figurais e geométricos estão localizados.

**Quadro 3:** Padrões figurais e geométricos identificados nas coleções analisadas

Obras		Sessões		Introdução		Exercícios propostos ou complementares		Sessões especiais		Manual do professor		Total
		PF	PG	PF	PG	PF	PG	PF	PG			
Coleção A	6º ano	-	2	1	1	2	4	-	-	10	19	
	7º ano	-	-	2	-	-	2	-	2	6		
	8º ano	-	-	-	-	1	2	-	-	3		
	9º ano	-	-	-	-	-	-	-	-	0		
Coleção B	6º ano	-	3	-	4	2	6	-	-	15	26	
	7º ano	-	-	2	1	-	1	-	2	6		
	8º ano	-	-	1	1	1	2	-	-	5		
	9º ano	-	-	-	-	-	-	-	-	0		

Fonte: Organizado pelos autores

Na Coleção A foram verificados 19 padrões (geométricos e figurais), localizados nas obras destinadas ao 6º, 7º e 8º anos. Destes, dois padrões estão na introdução dos conteúdos; quatro localizados em exercícios propostos e complementares; dois no manual do professor. A maioria (11) foi observada nas sessões especiais “Pense mais um pouco”, “Para saber mais”, “Agora é com você!” e “Diversificando”. Na Coleção B foram identificados 26 padrões (geométricos e figurais) distribuídos nos exemplares do 6º ao 8º anos. Destes, três estão na introdução ou na retomada de algum conteúdo; nove nos exercícios propostos e complementares; dois no manual do professor. Assim como na Coleção A, a maioria (12) dos padrões figurais e geométricos identificados está nas sessões especiais das obras.

Diante do exposto, pode-se afirmar que poucos conteúdos/conceitos foram abordados a partir da análise de padrões geométricos ou figurais, apenas dois na Coleção A e três na Coleção B, ambos explorando padrão geométrico no livro destinado ao 6º ano. Esperava-se que os padrões fossem mais explorados na introdução de conceitos algébricos (7º ano da Coleção A e 6º ano da Coleção B) e no estudo de funções (9º ano de ambas coleções). Isto porque o estudo de padrões está nos próprios objetivos para o ensino de conceitos algébricos: compreender padrões, relações e funções (BRASIL, 1998; BRASIL, 2018; NCTM, 2008; SILVA; PIRES, 2013).

Torna-se importante mencionar, novamente, que a Coleção A introduz discussões referentes a conceitos algébricos no livro proposto para o 7º ano, enquanto a Coleção B inclui em seu livro proposto ao 6º ano o capítulo “Um pouco de álgebra”, no qual em seu

primeiro subcapítulo, “Apresentando a variável”, encontra-se a apresentação desse conteúdo/conceito por meio de um exemplo que explora um padrão geométrico (Figura 4). Aproveita-se para salientar que esta é a única diferença entre os padrões expostos em introduções de conteúdos/conceitos nas versões analisadas, isto é, os outros dois padrões localizados na Coleção B são idênticos aos abordados na Coleção A.

**Figura 4** – Padrão geométrico explorado na introdução de um conceito/conteúdo matemático

**1 Apresentando a variável**

Para começar a entender o que é a Álgebra, vamos considerar e resolver um problema do Enem (2010).

Uma professora realizou uma atividade com seus alunos utilizando canudos de refrigerante para montar figuras, onde cada lado foi representado por um canudo. A quantidade ( $C$ ) de canudos depende da quantidade de quadrados ( $Q$ ) que formam cada figura. A estrutura de formação das figuras está representada a seguir:



Figura I      Figura II      Figura III

Que expressão fornece a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados?

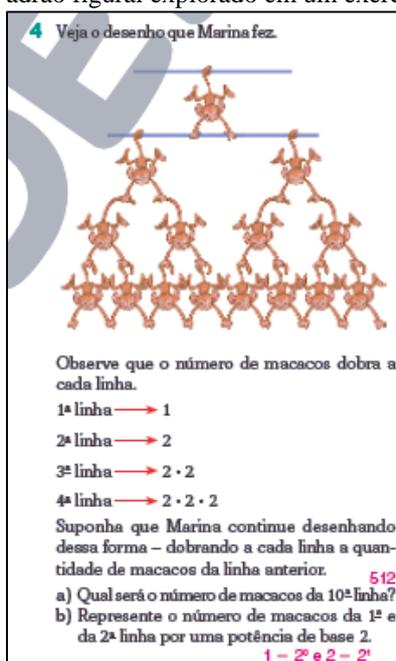
a)  $C = 4Q$       b)  $C = 3Q + 1$       c)  $C = 4Q - 1$       d)  $C = Q + 3$

Fonte: Excerto do livro de 6º ano da Coleção B.

No exemplo da Figura 4, o professor é orientado a propor aos estudantes que construam as próximas figuras da sequência apresentada e depois organizem uma tabela com a quantidade de canudos e de quadrados, fazendo com que eles percebam a relação existente entre as variáveis. Após esta observação, os estudantes podem buscar pelo padrão ou testar qual das alternativas apresentadas é a correta.

Destaca-se o aumento de exercícios propostos e complementares que apresentam padrões figurais ou geométricos. Na Coleção A foram apenas quatro exercícios distribuídos nos livros de 6º e 7º anos, enquanto na Coleção B foram identificados nove exercícios com esta característica nos livros de 6º, 7º e 8º anos. Os quatro exercícios verificados na Coleção A também aparecem na Coleção B, o que chamou atenção foi que um deles (Figura 5) está localizado nos livros de 6º e 8º anos das Coleções A e B, respectivamente.

**Figura 5** – Padrão figural explorado em um exercício proposto



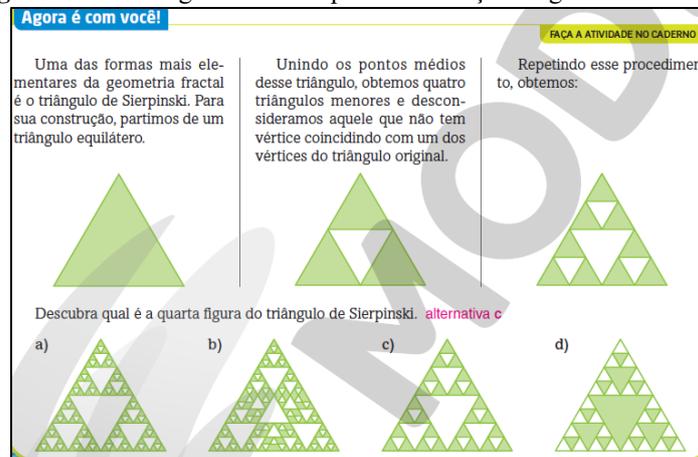
Fonte: Excerto do livro de 8ºano da Coleção B

O exercício apontado na Figura 5, que aborda o padrão figural na Coleção A, está disposto nos exercícios propostos no Capítulo 2 da obra, “Operações com número naturais”, no subcapítulo 7, “Potenciação”. Na Coleção B este localiza-se no Capítulo 1, “Potências e raízes”, no Subcapítulo 1, “Potências”, também como exercício proposto. Mesmo encontrando-se em livros de anos e capítulos distintos, percebe-se que esse visa explorar o mesmo conceito/conteúdo, potenciação, a partir da representação figural, apresentando o padrão de dobrar a cada linha a quantidade de macacos da linha anterior.

Como já exposto, em ambas versões da coleção, a maioria dos padrões foi identificada nas sessões especiais. Sublinha-se que somente uma atividade da sessão “Agora é com você”, explorada no livro de 7º ano da Coleção A, não retorna nos livros que compõem a Coleção B, assim como nos exercícios propostos, nas sessões especiais, também ocorreu o fato de se ter a mesma organização referente ao padrão identificado, porém estão localizados em sessões distintas do livro. No livro do 8º ano, de ambas as versões, uma discussão sobre fractais e o triângulo de Sierpinski é abordada nas sessões “Diversificando” e “Agora é com você!”, respectivamente. No entanto, na Coleção A aparecem no Capítulo 6, “Estudo dos triângulos”, e na Coleção B, Capítulo 8, “A geometria demonstrativa”. Mas, apesar de estarem localizados em conteúdos/conceitos

distintos, nas diferentes versões da coleção, a abordagem e representações utilizadas são as mesmas (Figura 6).

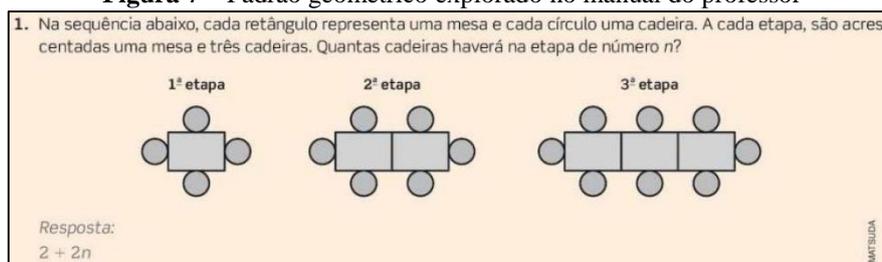
**Figura 6** – Padrão geométrico explorado na seção “Agora é com você!”



Fonte: Excerto do livro de 8º ano da Coleção B.

Nas páginas destinadas apenas aos professores, nas duas versões da coleção, em seus livros de 7º ano, foram identificadas apenas duas sugestões de atividades explorando os tipos de padrões analisados, mais especificamente, padrões geométricos, ambas para a abordagem do conteúdo/conceito “Sequências”. Uma delas menciona, assim como a Figura 6, o triângulo de Sierpinski na busca por generalizar um padrão encontrado e a outra explora a generalização de um padrão exposta na Figura 7.

**Figura 7** – Padrão geométrico explorado no manual do professor

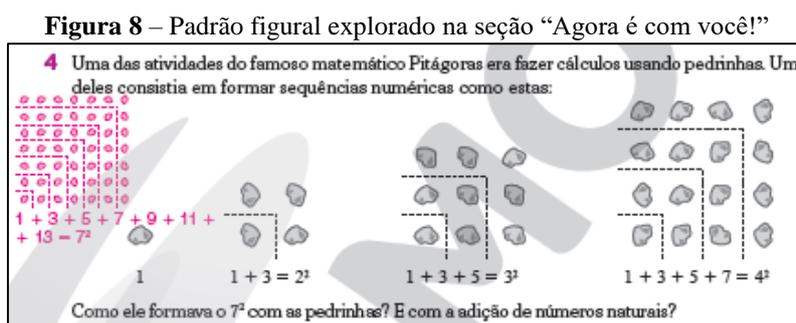


Fonte: Excerto do livro de 7º ano da Coleção A.

Ao analisar a distribuição dos padrões, tanto na Coleção A (dez situações) quanto na B (15 situações), constatou-se que os padrões figurais e geométricos foram mais abordados no livro didático destinado ao 6º ano, no estudo de conteúdos/conceitos relacionados aos capítulos: “Operações com números naturais”; “Divisibilidade”; “Polígonos e Poliedros”; “Comprimentos e áreas”. E, na coleção B, ainda aparecem em situações do capítulo “Um pouco de álgebra”, o qual não havia na Coleção A. Nos livros

destinados ao 7º ano (ambas versões com sete situações) foram identificados os padrões analisados nos capítulos: “Números inteiros”; “Números Racionais”; “Equações”; e, “Simetria e ângulos”. Na coleção B, também foi localizada uma situação no Capítulo “Estudo de polígonos”. O menor número de padrões foi identificado nos exemplares destinados ao 8º ano, três situações na Coleção A e cinco na coleção B. Estas situações foram identificadas nos seguintes capítulos: “Cálculo Algébrico”; e, “Estudo dos triângulos”. E, na Coleção B, também foram verificadas situações nos capítulos: “Potências e raízes” e “Produtos notáveis e fatoração”.

Cabe destacar que, mesmo reconhecendo padrões figurais e geométricos em diferentes capítulos, na maioria das vezes, esses foram utilizados com maior ênfase para discutir questões relacionadas à potenciação, por exemplo, o exercício exposto na Figura 8, o qual explora a potência dois por meio de uma sequência de quadrados.

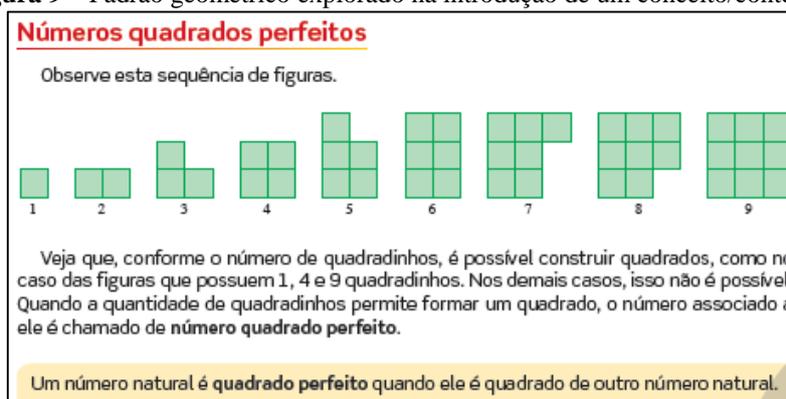


Fonte: Excerto do livro de 6º ano da Coleção B.

Uma possível interpretação para esses resultados está no fato de ambas as versões da coleção priorizarem a dimensão da Álgebra “equação” em detrimento da construção de conceitos pela observação de padrões e regularidades, por exemplo, função, fundamental ao desenvolvimento do pensamento algébrico (BRASIL, 1998; VALE; PIMENTEL, 2013; VAN DE WALLE, 2009).

Verificou-se que, nas duas coleções, entre os padrões analisados o mais explorado foi o geométrico (Coleção A - 13; Coleção B - 20), sendo que a maioria das situações apresenta padrões envolvendo a figura geométrica quadrado (Coleção A - 5; Coleção B - 10), conforme exemplificado na Figura 9.

**Figura 9** – Padrão geométrico explorado na introdução de um conceito/conteúdo.



Fonte: Excerto do livro de 6º ano da Coleção B

Herbert e Brown (1997) afirmam que toda a atividade que envolve padrões pode possibilitar a realização de três fases: procura de padrões; reconhecimento do padrão e generalização, sendo esta última a mais importante para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Neste sentido, buscou-se verificar quais as fases de um padrão foram exploradas na obra (Quadro 4).

**Quadro 4:** Fases dos padrões figurais e geométricos identificados nas coleções analisadas.

Obras		Fases de um padrão			Total
		1ª fase	1ª e 2ª fases	1ª, 2ª e 3ª fases	
Coleção A	6º ano	-	10	-	10
	7º ano	1	3	2	6
	8º ano	-	3	-	3
	9º ano	-	-	-	0
Coleção B	6º ano	1	10	4	15
	7º ano	1	2	3	6
	8º ano	-	4	1	5
	9º ano	-	-	-	0

Fonte: Organizado pelos autores.

Na Coleção A apenas uma situação e na Coleção B duas situações exploraram apenas a 1ª fase de um padrão (a procura de padrões). Cabe destacar que o exercício exposto no livro de 7º ano da Coleção A também faz parte do livro de 7º ano da Coleção B. O exercício (Figura 10) tem como discussão principal a simetria existente na figura de um tapete e azulejos, em que há um padrão em sua organização, porém o intuito não é o de reconhecê-lo nem mesmo generalizá-lo.

**Figura 10** – Exercício proposto que explora a 1ª fase de um padrão

**18 Hora de criar** – Há simetria também em muitos objetos de decoração, como nos exemplos a seguir:



Os azulejos coloniais decorativos são característicos de São Luís, capital do Maranhão.

Tapete com desenhos de indígenas americanos (Estados Unidos).

Nas faixas decorativas e na tapeçaria de inspiração geométrica, os padrões se repetem preenchendo toda a superfície.

a) Elabore padrões que apresentem simetria, como em uma faixa decorativa. **construção de figura**  
 b) Faça uma descrição detalhada do processo que usou para criar seu desenho. **Resposta pessoal.**  
 c) Apresente seu desenho aos colegas da classe, identificando um eixo de simetria.

Fonte: Excerto do livro de 7º ano da Coleção B

A 1ª e a 2ª fases são observadas na maioria das situações que apresentam padrões figurais ou geométricos, com um total de 16 circunstâncias, em cada coleção, das quais 15 são idênticas. Das imagens expostas anteriormente, referentes aos padrões localizados nas obras, as Figuras 5, 6, 8 e 9 exploram as duas primeiras fases de um padrão, isto é, fazem com que o estudante procure, reconheça e descreva o padrão encontrado.

As três fases de um padrão, na Coleção A, são exploradas em apenas duas sugestões de atividades localizadas no manual do professor no livro de 7º ano. Uma delas está exposta no exercício exibido na Figura 7, no qual é solicitada a quantidade de cadeiras que haverá na etapa de número  $n$ . Na Coleção B, observam-se as mesmas sugestões de atividades da Coleção A e, também, mais seis situações, totalizando oito momentos distribuídos nas obras de 6º, 7º e 8º anos na introdução do Capítulo “Um pouco de álgebra” (Figura 4), em exercícios propostos e complementares, sessões especiais e manual do professor. Um exemplo de exercício, proposto na Coleção B, que envolve as três fases de um padrão é reproduzido na Figura 11.

**Figura 11** – Exercício proposto que explora as três fases de um padrão

**2** As figuras a seguir representam o início de uma sequência infinita do que chamamos de números triangulares. Veja.



Figura 1      Figura 2      Figura 3      Figura 4      Figura 5

a) Quantas bolinhas tem cada uma das figuras acima? **1, 3, 6, 10 e 15**      **21, 55**  
 b) Seguindo o padrão de formação das figuras, quantas bolinhas deve ter a figura 6? E a figura 10?  
 c) Calcule a soma das bolinhas das figuras: 1 e 2; 2 e 3; 3 e 4; 4 e 5. A sequência dessas somas apresenta um padrão? O que você pode dizer dessas somas? **4, 9, 16 e 25; sim; são quadrados perfeitos**  
 d) Qual é a soma das bolinhas das figuras 9 e 10 da sequência? E das figuras 19 e 20? **100; 400**  
 e) Representando por  $n$  o número de uma figura qualquer de número triangular, o número da figura seguinte é  $(n + 1)$ . Escreva a soma das bolinhas das figuras  $n$  e  $(n + 1)$ .  **$(n + 1)^2$**

Fonte: Excerto do livro de 7º ano da Coleção B

O exercício (Figura 11) exhibe o início de uma sequência finita de números triangulares por meio de uma representação geométrica. Primeiramente, solicita ao estudante que contabilize a quantidade de bolinhas em cada figura apresentada, formando assim uma sequência numérica e após solicita a quantidade de bolinhas que se deve ter nas posições seis e dez na sequência organizada para que se mantenha o padrão estabelecido. No item *c* do exercício, pede-se que se some a quantidade de bolinhas das figuras 1 e 2, 2 e 3, 3 e 4, 4 e 5; em seguida o estudante é questionado se esta nova sequência apresenta um padrão e pede para que o mesmo explique. O exercício, em seu item *e*, apresenta a generalização do padrão existente na sequência de números triangulares, não fazendo com que o estudante a organize; esta é utilizada para explorar operações com termos algébricos.

Uma possível interpretação para a pouca ênfase da 3ª fase de um padrão, em ambas versões da coleção analisada, pode estar no fato de que os padrões foram mais utilizados para explorar a operação de potenciação. Desta forma, pode-se indicar que os padrões não foram considerados pelo autor como essenciais ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

## **Ponderações finais**

A análise dos dados permite afirmar que os padrões geométricos e figurais são abordados em raras situações nas diferentes versões da coleção de livros didáticos analisada, porém destaca-se que houve um aumento na quantidade de padrões identificados (sete situações) da Coleção A para a Coleção B.

A maioria das situações em que os padrões foram identificados está nas sessões especiais, indicando que os padrões não foram tomados como ponto de partida para a aprendizagem de conteúdos/conceitos matemáticos, em particular, conceitos algébricos. Sublinha-se que muitos dos padrões verificados em ambas as versões da coleção foram utilizados para retomar e/ou ampliar o estudo da operação de potenciação.

Ressalta-se que são pouquíssimas as situações que envolvem padrões figurais ou geométricos que mobilizam as três fases de um padrão. Assim, entende-se que os professores que visam propor atividades para o desenvolvimento do pensamento

algébrico não devem limitar-se às situações apresentadas na coleção.

Espera-se que os resultados e análises aqui expostos possam ser utilizados de alguma forma para melhoria do processo de ensino e aprendizagem da Álgebra e na elaboração de outras pesquisas que discutam esse processo a partir da elaboração e análise de sequências de ensino nas quais os padrões são tomados como ponto de partida para aprendizagem de conceitos algébricos.

## Referências

ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**. Tradução Magda Melo. 2. ed. Lisboa: APM, 2008.

BORRALHO, A., CABRITA, I., PALHARES, P. e VALE, I. Os Padrões no Ensino e Aprendizagem da Álgebra. In: VALE, I., PIMENTEL, T., BARBOSA, A., FONSECA, L., SANTOS, L. e CANAVARRO, P. (Orgs) **Números e Álgebra**. Lisboa: SEM-SPCE, 2007.p. 193-211.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática 5ª a 8ª série**. Brasília: SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia de livros didáticos: PNLD 2017: Matemática – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2016.**

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia de livros didáticos: PNLD 2020: Matemática – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2019.**

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/>> Acesso em 10 de março de 2021.

FERREIRA, M. C. N., RIBEIRO, M. e SILVA, T. H. I. Matemática nos Anos Iniciais e o desenvolvimento do pensamento algébrico. In: RIBEIRO, A. J., BEZERRA, F. J. B. e GOMES, V. M. S. (Org.). **Formação dos professores que ensinam Matemática e Álgebra da Educação Básica: um projeto desenvolvido na Universidade Federal do ABC no âmbito do Observatório da Educação**. Campinas, SP: Edições Leitura crítica, 2017.

FIORENTINI, D., FERNANDES, F.L. e CRISTÓVÃO, E.M. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico**. Unicamp/ Brasil, 2005. Disponível em: <<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/temporario/SEM-LB/Fiorentini-Fernandes-Cristovao2.doc>>. Acesso em 12 de janeiro de 2021.

HERBERT, K., BROWN, R. H. **Patterns as tools for Algebraic Reasoning**, 1997.

PONTE, J. P. D., BRANCO, N. e MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Ministério da Educação, 2009. Disponível em <[http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/7105/1/Ponte-Branco-Matos%20%28Brochura\\_Algebra%29%20Set%202009.pdf](http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/7105/1/Ponte-Branco-Matos%20%28Brochura_Algebra%29%20Set%202009.pdf)> Acesso em 02 de março de 2021.

SILVA, M. A. e PIRES, C. M. C. A Riqueza nos Currículos de Matemática do Ensino Médio: em Busca de Critérios para Seleção e Organização de Conteúdos. **Zetetiké**. Campinas, v. 21, n. 39, p. 19-52, jan-jun 2013.

VALE, I., BARBOSA, A., FONSECA, L.; PIMENTEL, T. BORRALHO, A. e CABRITA, I. Padrões no currículo de Matemática: presente e futuro. In: GONZÁLEZ, R., ALFONSO, B., MACHÍN, M. e NIETO, L. (Org.) **Investigación en Educación**. Badajoz: SEIEM, SPCE, APM, 2008. p.477-493.

VALE, I. e PIMENTEL, T. **Raciocinar com padrões figurativos**. 2013. Disponível em: <<http://www.spiem.pt/eiem2013/wp-content/uploads/2013/05/GD1C7ValePimentel.pdf>>. Acesso em 02 de fevereiro de 2021.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.