

# EDUCAÇÃO MATEMÁTICA SEM FRONTEIRAS: Pesquisa em Educação Matemática

## ÁREA DE FIGURAS PLANAS EM SITUAÇÕES DE MEDIÇÃO, PRODUÇÃO OU CONVERSÃO DE UNIDADE: UMA METANÁLISE

## AREA OF FLAT FIGURES IN SITUATIONS OF MEASUREMENT, PRODUCTION OR CONVERSION OF UNIT: A METANALYSIS

Juliana Gabriele Kiefer<sup>1</sup>

Rita de Cássia Pistóia Mariani<sup>2</sup>

### Resumo

O objetivo deste artigo é apresentar uma metanálise de pesquisas *stricto sensu* considerando situações de medição, produção e conversão de unidade que dão sentido ao conceito de área. Para tanto, consideram-se estudos produzidos no Brasil entre 2007 e 2018, disponíveis na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e no catálogo de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) que contêm sequências didáticas desenvolvidas com o apoio de *softwares* de geometria dinâmica no contexto da Educação Básica. Como fundamentação teórica, tomam-se as situações que dão sentido ao conceito de área e também pressupostos dos registros de representação semiótica com ênfase em apreensões figurais e atividades cognitivas dinâmicas. Os resultados apontam contribuições para o ensino e aprendizagem do conceito de área com o uso de *softwares* de geometria dinâmica, pois foram identificadas diferentes subclasses de situações de medição e de produção, bem como a exploração do quadro geométrico nas situações de conversão de unidade. Além disso, nas três classes de situações foram verificadas apreensões perceptiva, discursiva e operatória e mostraram-se evidentes as transformações cognitivas dinâmicas de reconfiguração e conversão de ilustração.

**Palavras-Chave:** Teses e Dissertações; Registros de Representação Semiótica; *Software*.

### Abstract

The aim of this article is to present a metanalysis of *stricto sensu* research considering situations of measurement, production and conversion of unit which give meaning to the concept of area. For this, studies produced in Brazil between 2007 and 2018 are considered, available at the Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations (BDTD) and in the catalog of theses and dissertations of the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES) which contain didactic sequences, developed with the support of dynamic geometry software in the context of Basic Education. As a theoretical foundation, we take the situations that give meaning to the concept of area and also assumptions in the registers of semiotic representation with an emphasis on figural apprehensions and dynamic cognitive activities. The results point out contributions to the teaching and learning of the area concept with the use of dynamic geometry software, as different subclasses of measurement and production situations were identified, as well as the exploration of the geometric framework in conversion of unit situations. In addition, in the three classes of situations, perceptual, discursive and operative apprehensions were verified, and the dynamic cognitive transformations of reconfiguration and illustration conversion were evident.

---

<sup>1</sup> Mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). Professora da Educação Básica. E-mail: juliana\_kiefer@hotmail.com.

<sup>2</sup> Doutora em Educação Matemática, pela Pontifícia Universidade Católica (PUC) de São Paulo. Docente do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). E-mail: rcpmariani@yahoo.com.br.

**Keywords:** Theses and Dissertations. Semiotic Representation Register. Software.

## Introdução

A metanálise qualitativa é um importante procedimento metodológico, pois considera o conhecimento já produzido e pode fortalecer o campo de investigações sobre um tema e seus modos procedimentais. Bicudo (2014, p. 10) ressalta que esse procedimento pode orientar caminhos e ampliar “[...] horizontes de compreensões sobre o tema quando oferece um solo temático em que nos locomovemos para novas investigações.”

Diante do exposto e da ampliação da quantidade de pesquisas de mestrado e doutorado no campo da Educação Matemática (CAPES, 2019), o número de estudos do tipo metanálise vem aumentando entre a comunidade acadêmica, principalmente na última década, sendo desenvolvidos por pesquisadores de diversas áreas e instituições do país (Pires, 2018, Kiefer; Mariani, 2020). Concomitantemente, referenciais teórico-metodológicos utilizados nesse tipo de pesquisa também estão sendo aprimorados (Pires, 2018, Kiefer, Mariani, 2020).

Kiefer e Mariani (2020), por exemplo, distribuíram as pesquisas em Educação Matemática do tipo metanálise quanto às tendências temáticas de Fiorentini e Lorenzato (2006), obtendo o seguinte quantitativo: Processo ensino-aprendizagem da matemática (12); Mudanças curriculares (2); Utilização de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) no ensino e aprendizagem da matemática (2); Prática docente, crenças, concepções e saberes práticos (4); Conhecimento e formação/desenvolvimento profissional do professor (4); Práticas de avaliação (1) e Contexto sociocultural e político do ensino-aprendizagem da matemática (1).

Entre as doze pesquisas relacionadas ao processo ensino-aprendizagem da matemática, foram identificadas uma dissertação e uma tese que versavam sobre conceitos de área e perímetro: Miranda (2018) e Senzaki (2019), respectivamente. Além disso, outros dois estudos enfatizavam utilização de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) no ensino e aprendizagem da matemática, a saber: Cassol (2012) e Paulin (2015).

Os conceitos de área e perímetro foram investigados sob o ponto de vista dos registros de representação semiótica por Miranda (2018) com enfoque na educação de

surdos. Por sua vez, Senzaki (2019) analisou convergências e divergências em relação às dificuldades relacionadas ao ensino e aprendizagem desses conceitos. No que tange à utilização das tecnologias digitais, as pesquisas tiveram como enfoque as vantagens e desvantagens da utilização dos recursos tecnológicos no ensino (Cassol, 2012) e “as potencialidades da EaD *online* na constituição de espaços que favoreçam o processo de formação de professores que ensinam matemática” (Paulin, 2015, p. 19).

Diante desse contexto, neste artigo, considera-se o estudo de área de figuras planas associado ao uso de tecnologias digitais, em específico, *softwares* de geometria dinâmica, incluindo uma análise das situações nas quais tais atividades foram contextualizadas. Assim, objetiva apresentar uma metanálise de pesquisas *stricto sensu* considerando situações que dão sentido ao conceito de área, apreensões figurais e atividades cognitivas dinâmicas em sequências didáticas desenvolvidas com o apoio de *software* de geometria dinâmica no contexto da Educação Básica. Para tanto, toma-se como referência o aporte teórico dos registros de representação semiótica e as situações que dão sentido ao conceito de área a partir de Baltar (1996) e Ferreira (2010, 2018).

## Metodologia

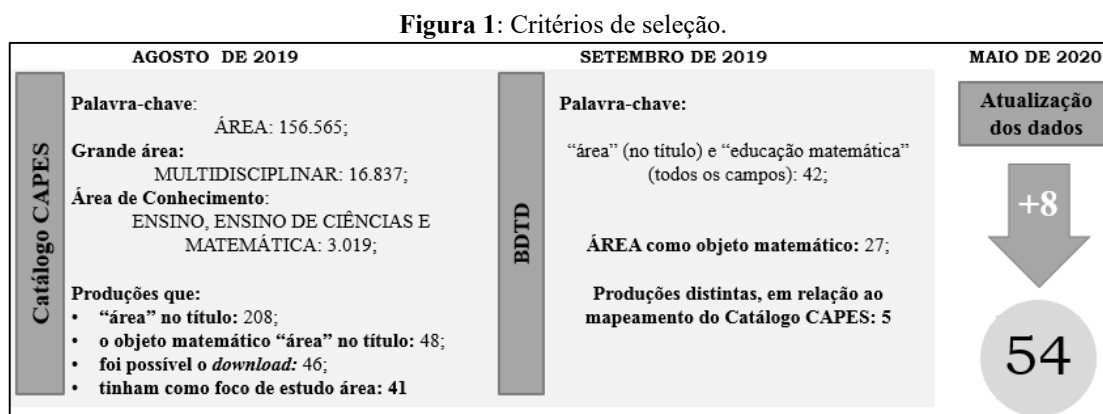
Adota-se, nesta pesquisa, a abordagem metodológica qualitativa, pois, conforme Borba e Araújo (2019, p. 25), “[...] nos fornecem informações mais descritivas, que primam pelo significado dado às ações”. Além disso, utiliza-se o procedimento metodológico da metanálise qualitativa, ou seja, um estudo de revisão sistemática que visa avaliar e sintetizar (Vosgerau; Romanowski, 2014, p.3), sendo “[...] pautada em comparações e análises dos dados primários de pesquisas, tomadas como significativas em relação ao tema posto sob foco” (Bicudo, 2014, p. 9).

O levantamento realizado constituiu-se por teses e dissertações brasileiras da área de Ensino da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) (área 46), Grande Área Multidisciplinar e Área do Conhecimento: Ensino, Ensino de Ciências e Matemática, no catálogo de teses e dissertações da CAPES<sup>3</sup> e na Biblioteca

---

<sup>3</sup> O catálogo de teses e dissertações da CAPES, <<http://bancodeteses.capes.gov.br>>, é o sistema *online* oficial do governo brasileiro para depósito de teses e dissertações brasileiras, vinculado ao Ministério da Educação (MEC).

Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD<sup>4</sup>), sendo as buscas realizadas entre os meses de agosto e outubro de 2019, com uma atualização dos dados em maio de 2020. Como critérios de seleção, considerou-se a necessidade de os estudos explicitarem o termo “área” em título e estarem disponíveis como textos completos para *download*, o que totalizou, portanto, 54 pesquisas (Figura 1).



Fonte: Autoras.

Ao realizar a leitura dos resumos das 54 investigações, verificou-se que a maioria das pesquisas desenvolveu sequências didáticas (30). Também foram identificadas como fontes de produção de dados: atividades orientadoras de ensino (2), cadernos de aula de alunos e/ou professores (3), documentos curriculares oficiais (4), entrevistas (7), livros e/ou materiais didáticos (11), micromundo (1), observações e/ou registros de aulas e/ou gravações e/ou fotografias (11), processos formativos (3), projetos (5), questionários (14), teses e/ou dissertações (2) e testes (11).

Assim, após a análise das fontes de produção de dados, restringiram-se para 11 os estudos que atendem a outros dois critérios: desenvolver atividades da sequência didática com apoio de um *software* de geometria dinâmica e ter sido executado nos anos iniciais (AI) e anos finais (AF) do Ensino Fundamental e Ensino Médio (EM) da Educação Básica (Quadro 1).

**Quadro 1:** *Corpus* de teses e dissertações, quanto ao ano escolar e *software*.

<b>P</b>	<b>Autor (a) e Ano</b>	<b>Ano Escolar</b>	<b>Software</b>
P1	SECCO (2007)	9º ano - AF	Cabri - Gèomètre
P2	MACHADO (2011)	7º ano - AF	GeoGebra

<sup>4</sup> A BDTD do Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia (IBICT), <<http://bdtd.ibict.br/vufind/>>, é um mecanismo de busca que integra todas as bibliotecas digitais de teses e dissertações das universidades brasileiras que utilizam o sistema BDTD.

P3	NUNES (2011)	5º ano - AI	GeoGebra
P4	REIS (2012)	1º ano - EM	GeoGebra
P5	ASSUMPCÃO (2015)	7º ano - AF	GeoGebra
P6	BALLEJO (2015)	6º ano - AF	GeoGebra
P7	FERREIRA (2016)	9º ano - AF	GeoGebra
P8	SILVA (2016)	6º ano- AF	Apreenti - Gèomètre (AG2)
P9	ARCEGO (2017)	9º ano - AF	GeoGebra
P10	OLIVEIRA (2017)	9º ano- AF	GeoGebra
P11	NETO (2018)	1º ano -EM	GeoGebra

Fonte: Dados da pesquisa.

A partir da definição do *corpus*, as pesquisas foram organizadas conforme as situações que dão sentido ao conceito de área com base em Baltar (1996) e Ferreira (2010, 2018), nos registros figurais de Duval (2004, 2012) e no registro figurado em ambientes geométrico dinâmico de Salazar e Almouloud (2015), por meio de 10 descritores, sendo as apreensões figurais: sequencial (D1), perceptiva (D2), discursiva (D3) e operatória (D4). Já as atividades cognitivas dinâmicas: formação (D5), mudar a posição da figura conservando a sua forma (D6), mudar o comprimento dos lados (proporcionalmente) da figura (D7), reconfigurar (D8), conversão de ilustração (D9) e conversão de ilustração (D10).

Esses descritores (D1 até D10) serão detalhados na próxima seção deste artigo e permitem verificar indícios de apreensões e atividades cognitivas dinâmicas que podem ser mobilizadas mediante o que é proposto nas atividades conforme os autores. Ou seja, analisam-se os enunciados das atividades e, se descrito no texto, também os comentários dos pesquisadores *a priori* das atividades. Ao total, foram mapeados 277 itens que compõem as sequências didáticas, sendo que 124 itens abordam o conceito de área com o apoio de *software* de geometria dinâmica, correspondendo assim, a 44,77% do total de itens.

## Referencial Teórico

Baltar (1996) e Ferreira (2010, 2018) propõem quatro classes de situações<sup>5</sup> que dão sentido ao conceito de área: comparação de área, medição de área, produção de superfícies e conversão de unidade (Quadro 2).

### Quadro 2: Situações que dão sentido ao conceito de área.

<sup>5</sup> Trata-se de um termo específico da teoria dos campos conceituais de Vergnaud que considera um conjunto de situações que os sujeitos atribuem sentido ao conceito e, progressivamente, permite significá-lo.

Situações			
COMPARAÇÃO	Estática	Sem unidade de medida	
		Com unidade de medida	Não-convencional Convencional
	Dinâmica	Variação da área e do perímetro por deformação ou transformação geométrica	
		Otimização da área por invariância do perímetro e vice-versa.	
MEDIÇÃO	Exata	Com unidade de medida não-convencional	
		Com unidade de medida convencional	
	Enquadramento	Aproximações	
CONVERSÃO DE UNIDADE		Com unidade de medida	Não-convencional Convencional
PRODUÇÃO	Mesma área que a de uma figura dada		
	Área maior ou menor do que a de uma figura dada		
	Com área dada		

Fonte: Adaptado de Ferreira (2010, 2018).

Baltar (1996) destaca que as situações de comparação estão situadas essencialmente no quadro das grandezas que pertencem ou não a uma mesma classe de equivalência. As de medição enfatizam o quadro numérico e a passagem da grandeza ao número: o resultado de uma situação desse tipo é um par (número, unidade de medida), ou seja, dada uma unidade de medida, procura-se o valor numérico que representa a medida da área nesta unidade. As de produção de superfície referem-se às diversas situações de construções de figuras com áreas igual, menor ou maior a uma figura com área dada. Ferreira (2010, 2018) amplia essa classificação e acrescenta a situação de conversão de unidade que possui “[...] como procedimento representar uma mesma área com unidades de medidas diferentes estando mais centrado no quadro numérico e por vezes, com ausência no quadro geométrico” (Ferreira, 2010, p. 34).

Embora existam distinções entre os dois aportes teóricos adotados nessa pesquisa, compreende-se que, ao se deparar com uma variedade de situações, em especial, envolvendo o conceito de área, o estudante terá que mobilizar e coordenar diversos registros de representação semiótica para resolvê-las, atribuindo significados para os procedimentos utilizados.

Os registros de representação semiótica permitem analisar a aprendizagem de conceitos matemáticos numa perspectiva cognitiva e epistemológica, pois possibilitam estudar a atividade cognitiva exigida pela Matemática e os fundamentos dessa área no que tange às representações semióticas e suas relações com as atividades de apreensão conceitual, de raciocínio e de compreensão de enunciados. Em geometria, os registros de representação semiótica mais requeridos são os figurais e os em língua natural. De acordo

com Duval (2012), o sujeito pode ter diferentes interpretações em relação às figuras, sendo elas: sequencial, perceptiva, discursiva e operatória. Além disso, ao considerar o *software*, Salazar e Almouloud (2015) ampliam as discussões de Duval, no que se refere às atividades cognitivas de formação, tratamento e conversão (Quadro 3).

**Quadro 3:** Apreensões figurais e atividades cognitivas dinâmicas.

Apreensões figurais	
SEQUENCIAL	Descrição ou construção com o objetivo de reproduzir uma figura.
PERCEPTIVA	Organização/reconhecimento das unidades figurais de uma figura, podendo ocorrer de três formas: superposição, agrupamento e repartição.
DISCURSIVA	Articulação entre o registro figurais e língua natural; explicitação de outras propriedades matemáticas da figura, além das que são assinaladas por uma legenda ou hipótese.
OPERATÓRIA	Modificações possíveis de uma figura inicial e suas reorganizações: <i>Mereológica</i> - dividir uma figura em outras de mesma dimensão; <i>Ótica</i> - transformar uma figura em outra por meio de processos de aumentar, diminuir ou deformar; <i>Posicional</i> - deslocar ou rotacionar uma figura em relação a um referencial.
Atividades cognitivas dinâmicas	
FORMAÇÃO DINÂMICA	Quando o sujeito escolhe uma ferramenta (da barra de ferramentas) que lhe permitirá criar a figura desejada para representar um objeto geométrico (Salazar; Almouloud, 2015).
TRATAMENTO DINÂMICO	Quando ocorrem modificações nas figuras, como mudar a posição conservando a mesma configuração (mudança de orientação, translação, rotação da figura, comprimento dos lados, etc.) e/ou decompor a figura em suas unidades figurais, de modo a combiná-las para formar outra figura ou dividi-la em outras subfiguras que podem ou não ser reagrupadas para formar outras figuras (Salazar; Almouloud, 2015). Tais tratamentos são acelerados pelo <i>software</i> a partir das funções de manipulação direta (mudar a posição da figura ou da área de trabalho) e arrastamento (operações de reconfiguração de maneira acelerada).
CONVERSÃO DINÂMICA	Quando há passagem de uma representação formada no registro discursivos (língua natural, simbólico etc.) para uma representação no registro figurais na sua modalidade geométrica-dinâmica) e vice-versa. O primeiro caso denomina-se conversão de <i>ilustração</i> , já a conversão inversa de <i>descrição</i> (Salazar; Almouloud, 2015).

Fonte: Adaptado de Duval (2012), Jahn e Bongiovanni (2019), Salazar e Almouloud (2015) e de Zanella (2018).

## Análise dos dados

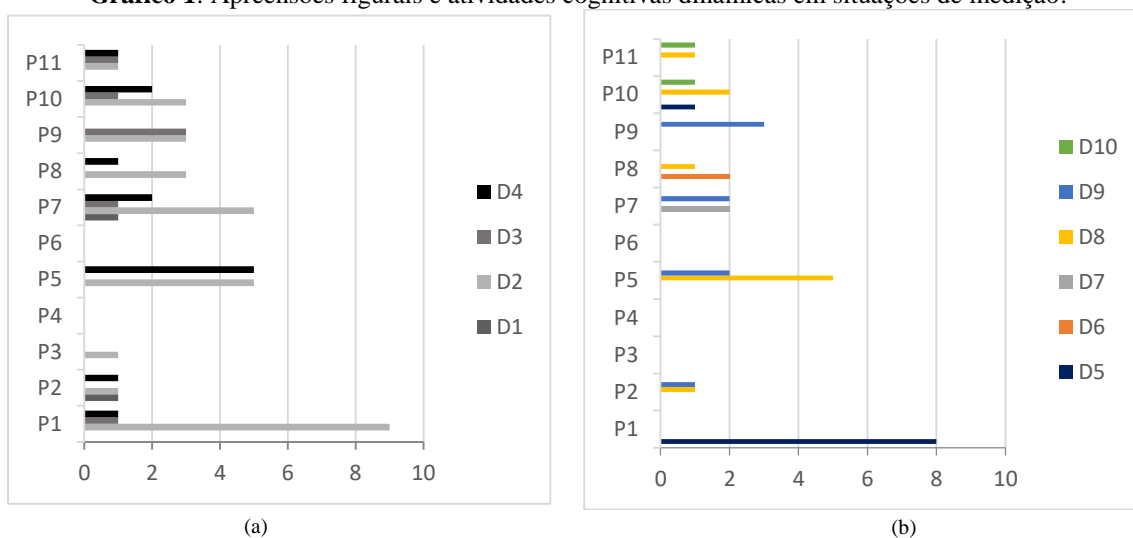
A partir da análise dos itens que abordam o conceito de área com o apoio de *software* de geometria dinâmica nas sequências didáticas, verificou-se que 25% delas contemplam situações de medição, 16,93% de produção e 3,23% de conversão de unidade<sup>6</sup>. A seguir são apresentados os dados que relacionam as pesquisas a cada um dos descritores.

<sup>6</sup> Os dados referentes às situações de comparação estão expostos em Kiefer e Mariani (2021, no prelo) e assim como este artigo, compõe um extrato de um dos manuscritos da dissertação da primeira autora.

## Situações de medição

As situações de medição podem ser exatas ou por enquadramento (identificadas apenas em P10). Nas situações de medição exata, são verificadas medidas convencionais a partir do comando “área” do *software* para validar construções ou conjecturas e, também, medidas não-convencionais com a predominância da malha quadriculada do *software* para auxiliar a contagem de quadradinhos. No Gráfico 1 (a) e (b), expõem-se as apreensões figurais e atividades cognitivas dinâmicas abordadas.

**Gráfico 1:** Apreensões figurais e atividades cognitivas dinâmicas em situações de medição.



Fonte: Dados da pesquisa.

Quanto aos indícios de apreensões figurais nas situações de medição, destaca-se a perceptiva (D2) e a operatória (D4) por meio de composição, decomposição e deformações nas figuras. A apreensão sequencial foi identificada em P2 e P7, pois, antes de se realizar o cálculo da medida da área, foi necessário construir as figuras a partir de passos dados. Em relação às atividades cognitivas dinâmicas, salienta-se a formação (D5) a partir da indicação de utilizar a ferramenta “área” do *software*, reconfiguração (D8) e conversão dinâmica de ilustração (D9).

Cabe ressaltar, ainda, que a utilização do comando “área” é uma ferramenta presente apenas nos *softwares* Cabri- Gèomètre e no GeoGebra. No primeiro, o valor numérico vem acompanhado da unidade de medida, enquanto, no segundo, ao se utilizar a ferramenta, o que aparece é apenas o valor numérico. A partir disso, necessita-se de atenção ao utilizar essa ferramenta para não levar os alunos a uma concepção numérica,

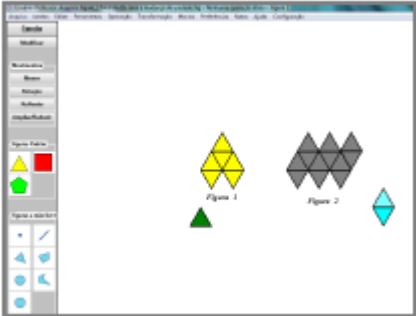
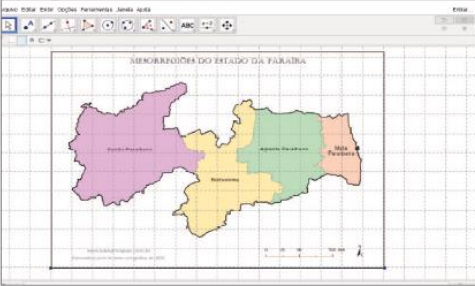


pois, de acordo com Rodrigues e Bellemain (2016), a mobilização dessa concepção pode provocar ou reforçar dificuldades na aprendizagem da área.

Evidencia-se, também, que a maioria das situações de medição que envolveram a apreensão operatória (D4) estão relacionadas ao uso da malha quadriculada do *software*. Verifica-se a apreensão operatória ótica em P7 com a modificação do raio do círculo, possibilitando, portanto, sua ampliação e redução por intermédio do controle deslizante do *software* GeoGebra.

Cabe ressaltar atividades que exploram outras unidades de medida, além do quadrado da malha quadriculada, como as descritas em P8, por unidades de medida “A” e “B” definidas por meio de triângulo e losango, respectivamente (Quadro 4). Segundo Silva (2016), essa atividade permite a articulação entre o quadro numérico e o das grandezas a partir da distinção entre área e número, pois, embora os valores numéricos sejam os mesmos, as duas superfícies não possuem a mesma área, justamente porque as unidades de medidas são distintas.

**Quadro 4:** Exemplo de situação de medida exata (P8) e de enquadramento (P10).

P8 - Silva (2016)	P10 – Oliveira (2017)
<p>Observe as figuras 1 e 2 desenhadas abaixo:</p>  <p>Vamos chamar de “A”, a unidade de medida definida pelo triângulo  <span style="color: green;">▲</span> Vamos chamar de “B”, a unidade de medida definida pelo losango <span style="color: blue;">◆</span>            Qual a área da figura 1 usando “A” como unidade de medida?            Qual a área da figura 2 usando “B” como unidade de medida?</p>	<p>Observe o mapa da Paraíba. Como podemos calcular a área da Paraíba fornecida pelo IBGE usando as ferramentas do GeoGebra?</p> 

Fonte: Adaptado de Silva (2016) e Oliveira (2017).

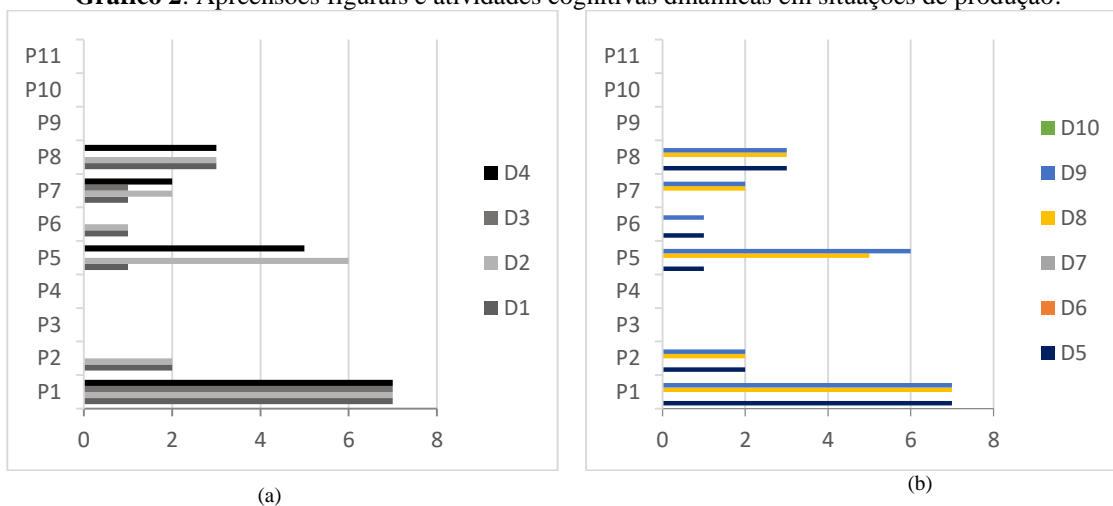
Como já mencionado, a atividade desenvolvida em P10 (Quadro 4) é a única que utiliza o *software* GeoGebra para abordar uma situação de medição por enquadramento por meio do cálculo aproximado da área do estado da Paraíba a partir de seu mapa. É relevante, ainda, pontuar que foi a única pesquisa entre as estudadas que utilizou uma

fórmula diferente das tradicionais para o cálculo de área, sendo esta a Fórmula de Pick<sup>7</sup>. Além disso, quanto à utilização das fórmulas de forma direta para determinar medidas de áreas, verificam-se em apenas alguns itens de P9 referente ao estudo da área do círculo e P11 através da expressão algébrica para a área do quadrilátero.

### Situações de produção

As situações de produção foram exploradas a partir das subclasses: produção de uma superfície de mesma área que uma superfície dada (P1, P5, P7, P8), produção de uma superfície de área maior ou menor do que a de uma superfície dada (P2, P5, P7, P8) e produção de superfície de área dada (P2, P6). No Gráfico 2 (a) e (b), expõem-se as apreensões figurais e atividades cognitivas dinâmicas abordadas em situações desse tipo.

**Gráfico 2:** Apreensões figurais e atividades cognitivas dinâmicas em situações de produção.



Fonte: Dados da pesquisa.

As apreensões figurais mais requeridas nas situações de produção foram perceptiva (D2), operatória (D4) e sequencial (D1) e, de maneira mais discreta, a discursiva (D3). A apreensão discursiva é requerida em construções em P1 e P7, pois se tem a necessidade de considerar outras propriedades das figuras. Por exemplo, em P1, para construir um retângulo equivalente a um triângulo dado, basta que possua a mesma base e metade da altura do triângulo. Entretanto, embora envolvam as propriedades figurais, tais atividades, em sua maioria, não requerem justificativas ou explicações dos


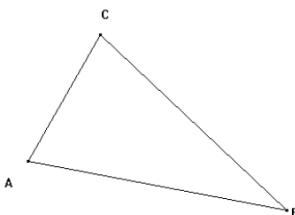
<sup>7</sup> A fórmula de Pick permite calcular a área de um polígono simples sobreposto a uma malha quadriculada, relacionando somente os nós localizados no perímetro deste polígono e o número de nós internos a ele.

procedimentos utilizados, o que se corrobora ao verificar que a conversão dinâmica de descrição (D10) não é observada, ao contrário da conversão de ilustração (D9), requerida em todas as situações de produção. Conforme Duval (2004, 2011), a conversão de representações é fundamental para a compreensão em matemática e, além disso, é necessário explorar conversões de representações em ambos sentidos.

A apreensão sequencial é mobilizada por meio de ferramentas de construção com régua e compasso dinâmicos (sem passos dados), de construção de figuras a partir de um passo a passo disponibilizado (geralmente, quando o registro figural não era apresentado no enunciado da atividade), a partir de ferramentas como “polígono” e “segmento” ou pelo menu “figuras a mão livre” do AG 2, utilizado por P8.

A apreensão operatória é identificada em P1, P5 e P8 por meio de ferramentas de construção que modifiquem a figura inicial, de “peças” consideradas como unidades de medida de área e como quebra-cabeças, bem como via modificações nas figuras a partir de composição e decomposição, respectivamente. Convém enfatizar, também, que tais atividades podem contribuir para o entendimento de área como grandeza, pois considera que duas superfícies de formas diferentes podem ter uma mesma área ou não (Douady; Perrin-Glorian, 1989). No Quadro 5, são expostos exemplos de cada uma das subclasses de situações de produção.

**Quadro 5:** Exemplos de situação de produção.

<b>P8 - Silva (2016)</b>	<b>P1 - Secco (2007)</b>	<b>P2 – Machado (2011)</b>
<p>Observe a figura abaixo desenhada na interface do Apprenti Géomètre 2 por meio do menu “figuras a mão livre”.</p>  <p>Dada a figura “Y” acima, utilizando as ferramentas do Apprenti Géomètre 2, responda o que se pede:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Desenhe uma figura de área menor que a da figura “Y”.</li> <li>Desenhe uma figura de área maior que a da figura “Y”.</li> <li>Desenhe uma figura de área igual a da figura “Y”</li> </ol>	<p>Abrir o arquivo <i>triangulo1.fig</i> e construir um retângulo equivalente (mesma área) ao triângulo dado.</p> 	<p>Pretende-se que utilize uma folha de papel quadriculado de 24 unidades para desenhar cada uma das letras (siglas) que representa o nome da escola (E, E, R, O). Espera-se que se use uma folha toda sem desperdiçar papel a construção. Qual é o formato da letra que possa ser reconhecida e tenha a área de 24 unidades?</p>

Fonte: Adaptado de Silva (2016), Secco (2007) e Machado (2011).

Em P8, constata-se uma tarefa representante da classe de situação de produção de superfícies a partir de uma figura dada e de comparação de área, uma vez que é solicitado ao aluno que desenhe figuras de área maior, menor ou igual à área dada. Segundo Silva

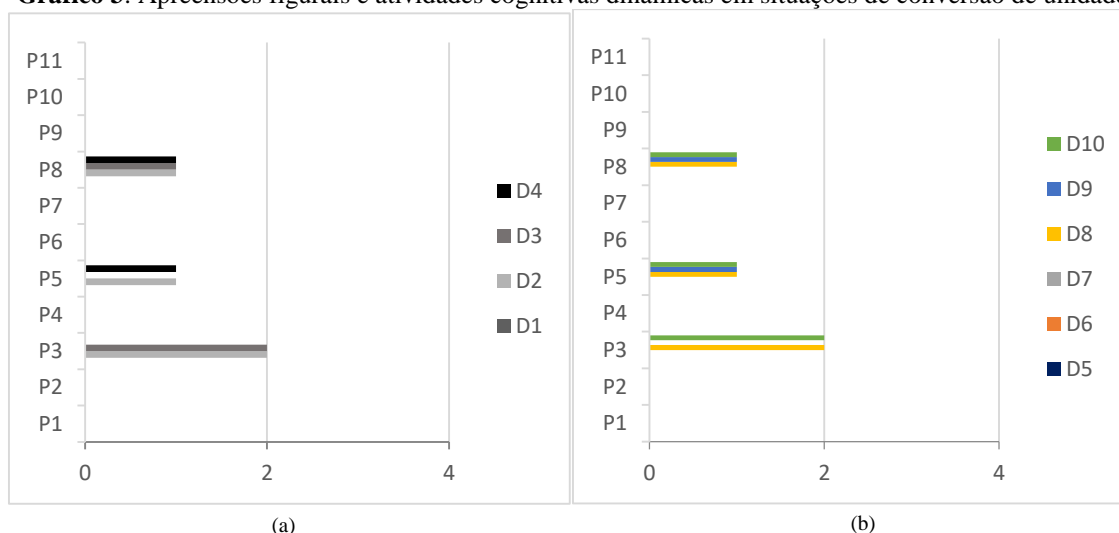
(2016), esse tipo de situação é importante para a dissociação e articulação do quadro das grandezas e do geométrico, porque o aluno é levado a produzir superfícies de formas variadas, tendo todas a mesma área ou não. Nesse sentido, são observadas atividades cognitivas dinâmicas de formação (D5), reconfiguração (D8) e conversão dinâmica de ilustração (D9).

Já em P1, também se solicita a construção de uma figura equivalente à superfície dada, entretanto, se específica para o retângulo e se recorre aos procedimentos de desenho geométrico com régua e compasso dinâmicos do *software* Cabri-Géomètre. Nota-se a utilização de propriedades figurais, recorrendo, assim, à apreensão discursiva (D3). De acordo com Jahn e Bongiovanni (2019, p. 248), “[...] os passos de uma construção geométrica podem ser evocados em uma situação, servindo de base para outras apreensões da figura, em particular a discursiva”.

### Situações de conversão de unidade

Das onze pesquisas selecionadas, apenas três apresentam situações de conversão de unidade nos itens que abordam o conceito de área com o apoio de *software* de geometria dinâmica em suas sequências didáticas. No Gráfico 3 (a) e (b), expõem-se as apreensões figurais e atividades cognitivas dinâmicas abordadas.

**Gráfico 3:** Apreensões figurais e atividades cognitivas dinâmicas em situações de conversão de unidade.



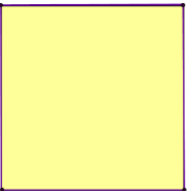
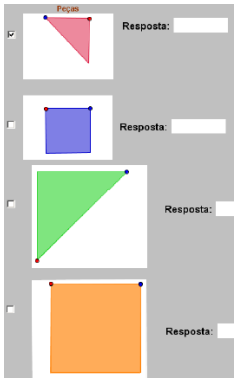
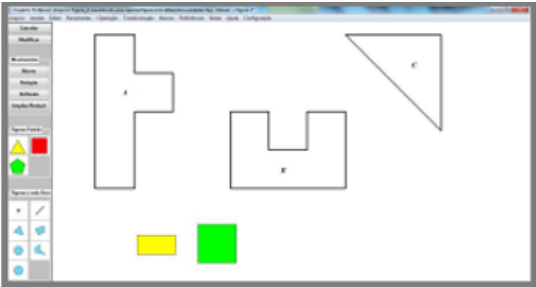








Fonte: Dados da pesquisa.

De acordo com Ferreira (2010), esse tipo de situação está mais centrado no quadro numérico, muitas vezes com a ausência do quadro geométrico. Todavia, um ponto muito

importante observado nessas atividades refere-se ao fato de que todas buscaram articular também o quadro geométrico. Em relação às apreensões, observa-se que a perceptiva (D2) é utilizada em todas as pesquisas que abordam situações de conversão de unidade, pois é necessário o reconhecimento imediato das figuras expostas.

Além disso, indícios de apreensão discursiva (D3) são constatados no momento em que se requer justificativas para as conclusões obtidas. De acordo com Duval (2004), a relação entre registros figurais e língua natural é fundamental em atividades que envolvem conceitos geométricos. Também, nota-se a possibilidade de mobilizar a apreensão operatória (D4) em P5 e P8 por modificações nos registros figurais, por meio de composição e composição e decomposição, respectivamente (Quadro 6).

**Quadro 6:** Exemplos de conversão de unidade em P5 e P8.

P5 – Assumpção (2015)	P8 – Silva (2016)															
<p>Para cada peça selecionada, responda quantas são necessárias para cobrir a região bege delimitada pelo contorno preto?</p>   <p>Por que o total de peças de cada cor, utilizadas para cobrir a figura bege foi diferente, sendo que, a região delimitada é a mesma?”.</p>	<p>Veja as figuras A, B e C, desenhadas abaixo:</p>  <p>Vamos chamar de “U”, a unidade de área definida pela figura .</p> <p>Vamos chamar de “V”, a unidade definida pela figura .</p> <p>É possível medir as áreas das figuras A, B e C utilizando cada uma das unidades (U e V)? Justifique sua resposta:</p> <p>Complete quando possível a tabela abaixo:</p> <table border="1" data-bbox="727 1480 1286 1659"> <thead> <tr> <th></th> <th>Unidade  U</th> <th>Unidade  V</th> </tr> <tr> <th>Figura</th> <th>Medida de área</th> <th>Medida de área</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>B</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>C</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		Unidade  U	Unidade  V	Figura	Medida de área	Medida de área	A			B			C		
	Unidade  U	Unidade  V														
Figura	Medida de área	Medida de área														
A																
B																
C																

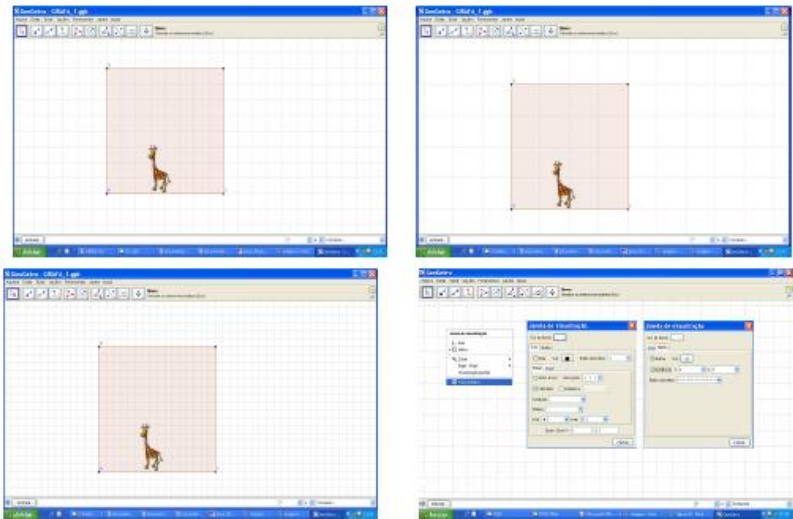
Fonte: Autora, adaptado Assumpção (2015) e Silva (2016).

O objetivo da atividade em P5 é realizar medições para a área de uma figura e perceber que uma mesma figura plana pode possuir área com valores numéricos associados diferentes, dependendo da unidade de medida adotada. De acordo com Douady e Perrin-Glorian (1989), esse tipo de situação pode possibilitar a articulação e distinção entre o quadro numérico e das grandezas.

Em P8, também se propõe o ladrilhamento com unidades de medida diferentes e a investigação da impossibilidade de ladrilhamento dada uma determinada unidade de área. Ou seja, a forma das unidades U e V não permite o ladrilhamento efetivo da figura C, “[...] sendo necessários outros mecanismos para que esse processo aconteça, como decomposições das unidades U e V, ora em quadrados, ora em triângulos” (Silva, 2016, p. 81).

Por conseguinte, em relação às atividades cognitivas dinâmicas exploradas, conforme Gráfico 3 (b), as conversões dinâmicas de ilustração (D9) e descrição (D10) são observadas em P5 e P8, o que mostra a pertinência em conversões de duplo sentido. Já em P3, explora-se a conversão dinâmica apenas através da descrição (D10), com relações estabelecidas a partir do registro figural. Os tratamentos dinâmicos referem-se à reconfiguração (D8) em P5 e em P8. Convém salientar que a reconfiguração realizada em P3 na figura refere-se à alteração nas propriedades da malha quadriculada do *software* GeoGebra, conforme Quadro 7:

**Quadro 7:** Exemplos de reconfiguração em P3.

<b>P3 – Nunes (2011)</b>	
<p>Acione a parte direita do <i>mouse</i> em cima da malha, fora do viveiro e escolha o ícone propriedades. Na janela de visualização, acione o ícone malha, marque (clique no quadradinho) a palavra distância. Clique com o botão esquerdo do <i>mouse</i> no retângulo indicado pela letra X, que contém a letra Y. Feche a janela ajuste a figura e determine a quantidade de quadradinhos. O que você percebeu? Comente com seu (sua) colega e registre o comentário. Repita o procedimento, substituindo o dois por zero ponto cinco (0.5).</p>	

Fonte: Adaptado de Nunes (2011).

De acordo com Nunes (2011, p. 158), cuja pesquisa foi a única entre as estudadas que desenvolveu sua proposta com estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, o intuito de tal atividade é de “[...] que os alunos constatassem que a alteração da superfície unitária provoca alteração na medida da área, mas a área permanece a mesma”.

## Considerações finais

Ao analisar as situações de medição (25%), produção (16,93%) e conversão de unidade (3,23%), verificou-se que as pesquisas buscaram explorá-las a partir de modos distintos. Isso porque foram identificadas diferentes subclasses de situações de medição (medição exata ou por enquadramento) e diferentes subclasses de situações de produção (produção de uma superfície de mesma área que uma superfície dada, produção de uma superfície de área maior ou menor do que a de uma superfície dada e produção de superfície de área dada). No que tange às situações de conversão de unidade, observou-se a valorização do quadro geométrico.

Quanto às apreensões figurais, identificaram-se a perceptiva, a discursiva e a operatória nas três classes de situações, sendo a perceptiva a mais evidenciada. Já a sequencial destacou-se nas situações de produção, mas não foi identificada nas de conversão de unidade. Quanto às transformações cognitivas dinâmicas, o tratamento de reconfiguração e a conversão de ilustração apresentaram-se evidentes nas três classes de situações. Já a conversão dinâmica de descrição foi verificada apenas nas situações de medição e conversão de unidade.

Ao constatar que situações de conversão de unidade que utilizam o aspecto figural normalmente são as situações menos exploradas, destaca-se um dos aspectos relevantes deste estudo. Embora o material elaborado nas produções *stricto sensu* analisadas seja diversificado em termos de variedade de subclasses, aponta-se ainda a necessidade de outras investigações e propostas que abordem tais situações.

Por fim, sugere-se a realização de investigações nos anos iniciais do Ensino Fundamental, tendo em vista que, nesse mapeamento, apenas uma pesquisa foi identificada nesse nível. Considera-se, ainda, como ampliação deste estudo, a pertinência em realizar estudos com discentes de cursos de Matemática Licenciatura e Bacharelado sobre seus entendimentos em relação a esses aspectos e à valorização do registro figural.

## Referências

ARCEGO, P. **Representações semióticas mobilizadas no estudo da área do círculo no Ensino Fundamental**. 2017, 153p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física, área de concentração em Educação Matemática) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017.

ASSUMPCÃO, P. G. de. **Perímetro e Área: uma Engenharia Didática utilizando o Geogebra sob o olhar das representações semióticas.** 2015. 232 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015.

BALLEJO, C. C. **Aprendizagem de conceitos de área e perímetro com o Geogebra no 6º ano do ensino fundamental.** 2015. 143 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica, Porto Alegre, 2015.

BALTAR, P. M. **Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surfaces planes: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège.** 1996. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) - Université Joseph Fourier, Grenoble, 1996.

BICUDO, M. A. V. Meta-análise: seu significado para a pesquisa qualitativa. **Revemat-Florianópolis-SC**, v.9, Ed. Temática (junho), p. 07-20, 2014.

BORBA, M.C; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.** 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

CAPES. **Documento de área: área 46, ensino.** CAPES: Brasília. (2019)  
[http://capes.gov.br/images/Documento\\_de\\_%C3%A1rea\\_2019/ENSINO.pdf](http://capes.gov.br/images/Documento_de_%C3%A1rea_2019/ENSINO.pdf).

CASSOL, V. J. **Tecnologias no ensino e aprendizagem de trigonometria: uma meta-análise de dissertações e teses brasileiras nos últimos cinco anos.** 2012. 84 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

DOUADY, R.; GLORIAN, M. J. P. Un processus d' apprentissage du concept d'aire de surface plane. In: **Educational Studies in Mathematics.** Netherlands, v. 20, n 4, p. 387-424, 1989.

DUVAL, R. **Semiosis y Pensamiento Humano.** Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels: Santiago de Calai, Colômbia: 2004.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas.** Org.: Tânia M. M. Campos. Tradução: Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, R. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. Tradução: Mércles Thadeu Moretti. **Revista Eletrônica de Educação Matemática – Revemat:** Florianópolis, v.07, n.1, p.118-138, 2012.

FERREIRA, E. F. P. **A integração das tecnologias digitais ao ensino e aprendizagem de geometria no ensino fundamental – anos finais:** uma proposta com foco no estudo de perímetro e área de figuras geométricas planas. 2016. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2016.



FERREIRA, L. de F. D. **A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do ensino fundamental**: estudos sob a ótica da teoria dos campos conceituais. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

FERREIRA, L.F.D. **Um estudo sobre a transição do 5º ano para o 6º ano do ensino fundamental**: o caso da aprendizagem e do ensino de área e perímetro. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

JAHN, A.P; BONGIOVANNI, V. Apreensão Operatória de Figuras em Situações Geométricas. **JIEEM** v.12, n.3, p. 245-257, 2019.

KIEFER, J.G.; MARIANI, R.de. C. P. Mapeamento de pesquisas em Educação Matemática na perspectiva da metanálise a partir da BDTD (2008 - 2019): considerações sobre conceitos de área e perímetro. **EMP**. v. 22, n.3, p. 399 - 428, 2020.

KIEFER, J.G.; MARIANI, R.de. C. P. Área como Grandeza Geométrica: uma metanálise de produções *stricto sensu* sob ponto de vista cognitivo dinâmico (2007-2018). **BOLEMA**. v. 35, n. 71, 2021. NO PRELO.

MACHADO, J. P. de A. **A significação dos conceitos de perímetro e área, na ótica do pensamento reflexivo, trabalhando em ambientes de geometria dinâmica**. 2011. 177 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.

MIRANDA, S. M. C. **Perímetro e área**: análise de pesquisas sob a ótica da teoria dos registros de representação semiótica. 2018, 150 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) – Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Foz do Iguaçu, 2018.

NETO, J. A. dos S. **Uma sequência didática sobre área e perímetro utilizando o banco de questões da OBMEP e o GeoGebra**. 2018. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2018.

NUNES, J. M. V. **A prática da argumentação como método de ensino**: o caso dos conceitos de área e perímetro de figuras planas. 2011. 219 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2011.

OLIVEIRA, J. S. de. **A engenharia didática como referencial para a ação pedagógica reflexiva**: O caso da área de figuras planas irregulares com o GeoGebra. 2017. 121f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017.

PAULIN, J. F. V. **Educação a distância online**: potencialidades para a formação de professores que ensinam matemática. 2015. 269 p. Tese - (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2015.

PIRES, F. de S. **Metanálise de pesquisas brasileiras que tratam do desenvolvimento do pensamento algébrico na escola básica (1994-2014)**. 2018. 140 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de São Carlos, São Paulo, 2018.

REIS, H. G. P. dos. **Compreensão dos conceitos perímetro da circunferência e área do círculo com o auxílio do Geogebra**. 2012. 175 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2012.

RODRIGUES, A. D.; BELLEMAIN, P. M. B.. A comparação de áreas de figuras planas em diferentes ambientes: papel e lápis, materiais manipulativos e appreniti géomètre 2. **EMTEIA**, Recife (PE), v. 7, n. 3, p. 01 - 25, 2016.

SALAZAR, J. V. F.; ALMOULOU, S. A. Registro Figural no ambiente de Geometria dinâmica. **Educação Matemática Pesquisa (Online)**, v. 17, p. 919-941, 2015.

SECCO, A. **Conceito de área**: da composição e decomposição de figuras até as fórmulas. 2007. 198 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

SENZAKI, N. N. **Conceitos de área e de perímetro**: um estudo metanalítico. 2019. 186 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019.

SILVA, A. D. P. R. da. **Ensino e aprendizagem de área como grandeza geométrica**: um estudo por meio dos ambientes papel e lápis, materiais manipulativos e no Appreniti Géomètre 2 no 6º ano do ensino fundamental. 2016. 315f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

VOSGERAU; ROMANOWSKI. Estudos de revisão: implicações conceituais e metodológicas. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 14, n. 41, p. 165-189, 2014.

ZANELLA, I. A. **Diferentes representações na geometria euclidiana por meio do uso do GeoGebra: um estudo com futuros professores de matemática**. 2018. 229 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2018.