

**EDUCAÇÃO MATEMÁTICA SEM FRONTEIRAS:
Pesquisa em Educação Matemática**

**MAPEAMENTO DE PRODUÇÕES BRASILEIRAS SOBRE MODELAGEM
MATEMÁTICA NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE CÁLCULO
DIFERENCIAL INTEGRAL**

**MAPPING OF BRAZILIAN PRODUCTIONS ABOUT MATHEMATICAL
MODELLING IN THE TEACHING AND LEARNING OF DIFFERENTIAL
AND INTEGRAL CALCULUS**

Jefferson Dantas de Oliveira¹

Zulma Elizabete de Freitas Madruga²

Resumo

Este artigo apresenta recorte de uma investigação que tem como objetivo analisar como se apresentam as pesquisas brasileiras que utilizam a Modelagem Matemática (MM) como auxílio para o ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral (CDI). Como abordagem metodológica, utilizaram-se os procedimentos do Mapeamento na Pesquisa Educacional. Os dados foram constituídos a partir da seleção de 21 trabalhos, publicados em três bancos de dados distintos. Para a análise, estabeleceram-se inicialmente seis categorias: a) contexto da pesquisa; b) questão de pesquisa/objetivo da pesquisa; c) referencial teórico; d) metodologia; e) principais resultados; e f) conteúdo do CDI. O estudo permitiu identificar a relevância da utilização de estratégias metodológicas como a Modelagem Matemática, no ensino e na aprendizagem da disciplina de cálculo. Verificou-se ainda que a utilização desse método permite aos estudantes sentirem-se motivados durante o processo de aprendizagem da disciplina de Matemática, adquirindo interesse pelo estudo do cálculo.

Palavras-Chave: Ensino de Matemática. Modelagem Matemática. Cálculo Diferencial e Integral. Mapeamento.

Abstract

This article presents an excerpt from an investigation that aims to analyze how the Brazilian research using Mathematical Modelling (MM) is presented as an aid for teaching and learning of Differential and Integral Calculus (CDI). As a methodological approach, the procedures of Mapping in Educational Research were used. The data were constituted from the selection of 21 works, published in three different databases. For the

¹ Mestre em Educação Matemática. Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). Doutorando em Educação em Ciências e Matemática (PUCRS). dantascpm2a@hotmail.com.

² Doutora em Educação em Ciências e Matemática. Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB). betemadruga@ufrb.edu.br.

analysis, six categories were initially established: a) context of the research; b) research question/ objective (s) of the research; c) theoretical reference; d) methodology; e) main results; and f) CDI content. The study made it possible to identify the relevance of the use of methodological procedures such as Mathematical Modelling in the teaching and learning the discipline of calculus. It was also found that the use of this method and methodology allows the students to feel motivated during the process of learning the discipline of Mathematics, acquiring interest in the study of the calculus.

Keywords: Mathematics teaching. Mathematical Modelling. Differential and Integral Calculus. Mapping.

Considerações iniciais

Um dos grandes desafios dos pesquisadores em Educação Matemática é propor estratégias metodológicas com a finalidade de dinamizar o ensino e a aprendizagem da disciplina de Matemática na Educação Básica, que possam atrair a atenção e motivar os estudantes. Uma tarefa complexa, devido às dificuldades apresentadas por uma grande parte dos estudantes em relação a alguns conteúdos, dificuldades estas que geram desinteresse em relação à Matemática.

Segundo Bassanezi (2010), o interesse pela Matemática se desenvolve com maior facilidade quando a pessoa busca por estímulos que venham do mundo externo, ou seja, utilizando em sala de aula situações do cotidiano dos estudantes. Desenvolvendo problemas que tenham como finalidade ensiná-los e estimulá-los à criatividade.

Por outro lado, o Cálculo Diferencial e Integral (CDI), não é uma disciplina que geralmente desperte o interesse dos estudantes, isso porque de acordo com Guedin (2004), o CDI é muito diferente de outras disciplinas estudadas, devido ao fato que os estudantes que adentram na disciplina, não tiveram contato com os conceitos e técnicas anteriormente, sendo natural encontrarem dificuldades na compreensão dos teoremas, propriedades e cálculos desenvolvidos na disciplina. Estas dificuldades encontradas no decorrer da disciplina, geralmente resultam em obstáculos que dificultam ainda mais a aprendizagem dos conteúdos.

Nesta perspectiva, esta pesquisa objetiva analisar como se apresentam as pesquisas brasileiras que utilizam a Modelagem Matemática (MM) como auxílio para o ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral (CDI).

Para tanto, este artigo está organizado com a seguinte estrutura: na primeira seção são apresentadas as considerações iniciais; na segunda seção apresenta-se a

fundamentação teórica acerca do ensino de Cálculo e Modelagem; na terceira, os procedimentos metodológicos utilizados na pesquisa, na quarta, a análise dos dados, e na quinta, as considerações finais.

Ensino de Cálculo e Modelagem

A deficiência dos estudantes na disciplina de CDI não começa no momento em que adentram às universidades. Esse é um problema que os acompanha desde a Educação Básica, pois nessa etapa a disciplina de Matemática geralmente é abordada na prática do exercício, na qual o professor explica o conteúdo, resolve alguns exemplos e, em seguida, aplica alguns exercícios com a finalidade de verificar a aprendizagem. No entanto, essa metodologia tradicional de ensino não é garantia de que o estudante consiga compreender o conteúdo apresentado, mas facilita ao professor o cumprimento das exigências do currículo proposto pela instituição.

Além das dificuldades encontradas nos conteúdos da disciplina, segundo Santos e Matos (2012), os estudantes enfrentam dificuldades na metodologia aplicada pelo professor. Os professores que ministram a disciplina de CDI têm formação em diversas áreas, tais como: Matemática, Física, Química, Ciências da Computação, Engenharias, entre outras. De fato, o professor de CDI conduzirá a disciplina de acordo com a sua área de atuação. Como exemplo, os professores de Matemática conduzem a disciplina pelo lado teórico, enquanto um professor da Engenharia conduzirá a disciplina pelo lado prático (WROBEL et al., 2013).

O CDI é uma disciplina que geralmente apresenta um grau de dificuldade para os estudantes, devido ao fato de que eles não tiveram contato essencial com os conteúdos básicos necessários para a compreensão dos principais elementos do CDI, destacando-se o limite, a derivada e a integral. Segundo Gomes (2012), quando os estudantes ingressam na disciplina de CDI, deparam-se com conteúdos complexos que exigem um nível de abstração maior dos conteúdos, algo que não foi devidamente trabalhado no Ensino Básico.

Acerca da metodologia do ensino, Brito e Cardoso (1997) salientam que os professores devem atentar-se para abordar os conteúdos de tal forma que os estudantes possam compreender, evitando a omissão de algumas informações que possam ser de vital importância para sua compreensão. Rezende (2003) ressalta ainda que as

dificuldades encontradas no ensino do CDI, podem ser amenizadas de acordo com a metodologia aplicada pelo professor. Algumas dessas metodologias, ou métodos, estimulam o aspecto cognitivo do estudante, de forma a auxiliá-lo a construir o seu aprendizado, acompanhado pelo professor. Um exemplo de método que pode auxiliar no processo de ensino é a Modelagem Matemática (MM).

A arte de buscar situações do cotidiano dos estudantes e adaptá-las nas aulas de Matemática é denominada MM. Diversos autores apresentam definições de Modelagem, por exemplo, para Blum e Niss (1991, p. 40), “[...] o processo de modelagem é a prática de obter situações problema do cotidiano e relacioná-lo com a Matemática”. Na mesma linha de pensamento, Bassanezi (2010, p. 16) afirma que “A Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

Madruga e Biembengut (2016) apresentam uma definição de modelagem:

Modelagem é o processo envolvido na feitura de um modelo. Modelo que pode auxiliar as pessoas a compreender dados, informações, a estimular novas ideias e a prover de uma visão estruturada e global que inclui relações abstratas de algum fenômeno, ente, ou um processo. O modelo capacita a pessoa observar e refletir sobre fenômenos complexos, e ainda, a comunicar as ideias a outras pessoas. (MADRUGA; BIEMBENGUT, 2016, p. 28).

A MM idealizada por Bassanezi (2010); Blum e Niss (1991); Madruga e Biembengut (2016), são estratégias metodológicas que segundo os próprios autores, pode ser utilizada em qualquer área do conhecimento, pois elas proporcionam a oportunidade de trabalhar com os conteúdos em uma abordagem que utiliza situações do cotidiano dos estudantes, além de retomar essas situações na sala de aula com a finalidade de ensinar. A seguir, apresentam-se os procedimentos metodológicos adotados nesta pesquisa.

Procedimentos metodológicos

Esta pesquisa é de abordagem qualitativa interpretativa (BOGDAN; BIKLEN, 2010; ALVES-MAZOTTI, 1998) e tem como objetivo analisar como se apresentam as investigações brasileiras que utilizam a modelagem matemática como auxílio para o ensino e aprendizagem da disciplina Cálculo Diferencial e Integral. Para tal, utilizou-se os princípios do Mapeamento da Pesquisa Educacional na perspectiva de Biembengut (2008).

As pesquisas encontradas no desenvolvimento deste mapeamento foram obtidas por meio de buscas em três bases de dados específicas: 1) Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES); 2) *Google Acadêmico*; 3) Revistas de *Qualis* A1 a B2.

No banco de dados da CAPES, foi realizada uma busca, com as seguintes palavras-chave: “modelagem matemática” e “cálculo diferencial e integral”, retornando um total de 1.071.499 pesquisas. Em seguida, devido ao elevado número de trabalhos, utilizaram-se diversos filtros disponíveis na plataforma. No filtro “tipo” selecionou-se apenas as pesquisas de Doutorado e Mestrado; no “ano” apenas as pesquisas entre 2007 a 2017; na “grande área de conhecimento” selecionou-se apenas as áreas de “Ciências Exatas e da Terra” e “Multidisciplinar”.

No filtro “área de conhecimento” foram selecionados os estudos nas áreas de “Matemática”, “Matemática Aplicada”, “Ensino” e “Ensino de Ciências e Matemática”, visto que são subáreas que envolvem a Matemática; No filtro “área de avaliação” as áreas selecionadas foram “Ensino” e “Ensino de Ciências e Matemática”; Nas “áreas de concentração” as subáreas selecionadas foram: “Educação em Ciências e Matemática”, “Educação Matemática”, “Ensino de Ciências e Matemática” e “Ensino de Matemática”, encontrando-se um total de 816 pesquisas relacionadas.

Em seguida, realizou-se a leitura do título e dos resumos das 816 pesquisas, com a finalidade de verificar quais tinham como foco a utilização da MM para o ensino e a aprendizagem do CDI, após a leitura encontrou-se seis pesquisas que atendiam a este requisito. As outras pesquisas que não se agregaram a este mapeamento, não atendiam o objetivo aqui buscado. Entre elas, algumas pesquisas foram desenvolvidas para o ensino de outras disciplinas que não eram o cálculo; outras não tinham como objetivo o ensino da disciplina CDI; outras se utilizaram de propostas metodológicas distintas, não a modelagem.

No *Google Acadêmico*, realizando a busca com as palavras-chave “Modelagem Matemática e Cálculo Diferencial Integral”, foram encontrados 16.900 trabalhos relacionados. Nesta base de dados utilizaram-se três filtros disponíveis: “período”, “classificação por data ou relevância” e “classificação por idioma”, resultando um total de 81 pesquisas. Vale salientar, que na base de dados do *Google Acadêmico*, diversos dos 16.900 trabalhos encontrados na primeira busca eram artigos de diversas áreas do

conhecimento, portanto a filtragem por teses, dissertações e artigos da área da Educação Matemática reduziu consideravelmente a quantidade de pesquisas encontradas.

Após uma leitura do título e dos resumos dos 81 textos encontrados, com a finalidade de verificar quais se enquadravam no objetivo desta pesquisa, encontraram-se quatro trabalhos que satisfaziam essas exigências. Assim como os estudos encontrados no portal da CAPES, as outras pesquisas selecionadas neste mapeamento também foram desconsideradas pelos mesmos motivos.

Os artigos foram mapeados por meio de buscas nas bases de dados das principais revistas de *Qualis* A1 a B2, com o mesmo critério de busca realizado nos bancos de dados anteriores. Nas revistas de *Qualis* A1, dos 29 trabalhos encontrados na *Revista Bolema*, 26 não se enquadram nesta pesquisa, pois têm como foco principal a Modelagem Matemática aplicada a conteúdos da Educação Básica, não contemplando o CDI.

Nas revistas de *Qualis* A2, das cinco pesquisas encontradas na *Revista Acta Scientiae*, apenas uma não se adequa a esta pesquisa, pois o foco do trabalho não contempla a Modelagem Matemática vinculada ao CDI. Um artigo do *Jornal Internacional de estudos em Educação Matemática* e um da revista *Zetetiké* abordam sobre o ensino do CDI com atividades de Modelagem. Um artigo encontrado na *Educação Matemática em Revista* e quatro artigos encontrados na *REVEMAT* também não se adequaram ao objetivo desta pesquisa, portanto, ficaram de fora da análise.

Nas revistas de *Qualis* B1, apenas um artigo, encontrado na *Revista Paranaense de Educação Matemática*, não faz parte da análise, devido ao objetivo não compreender as relações entre a Modelagem Matemática e o CDI.

Nas revistas de *Qualis* B2, os 11 artigos encontrados na *Revista Caminhos da Educação Matemática* e um artigo da *Revista de Ensino de Engenharia* não se enquadravam no objetivo desta pesquisa, sendo excluídos. Um artigo da revista *Vozes dos Vales* satisfazia as exigências desta pesquisa. Dessa forma, após a seleção desses trabalhos foram elencadas 11 pesquisas.

Após a leitura dos resumos de cada trabalho encontrado, observou-se que as 11 pesquisas elencadas para este estudo, possuem especificamente o objetivo de utilizar a MM com a finalidade de trabalhar com os conteúdos do Cálculo Diferencial e Integral.

Todas as 21 pesquisas selecionadas neste mapeamento, sendo três dissertações, sete teses, e 11 artigos, estão expressas no Quadro 1, no qual consta a ordem em que as

pesquisas foram encontradas (P1, P2, ... P21), o título do trabalho, o(s) autor(es), o tipo de pesquisa, e o banco de dados na qual o trabalho foi encontrado.

Quadro 1: Mapeamento das pesquisas

Ordem	Título	Autor	Tipo	Banco de Dados
P1	Mapas conceituais digitais como elemento sinalizador da aprendizagem de cálculo diferencial e integral	Naima Soltau Ferrao	Dissertação	CAPES
P2	O ensino e a aprendizagem das ideias preliminares envolvidas no conceito de Integral por meio da resolução de problemas	Gilberto Emanuel Reis Vogado	Tese	CAPES
P3	Introdução ao conceito de integral de funções polinomiais em um curso de Engenharia de Produção por meio de tarefas fundamentais em princípios da Modelagem Matemática	Carlos Antônio da Silva	Tese	CAPES
P4	Aprendizagem da derivada: uma perspectiva de análise pelos fluxos do pensamento'	Jayme do Carmo Macedo Leme	Tese	CAPES
P5	Experiências de estudantes na construção do conhecimento de derivada em aulas de cálculo 1	Sonia Maria da Silva Junqueira	Tese	CAPES
P6	Um olhar para o conceito de limite: constituição, apresentação e percepção de professores e alunos sobre o seu ensino e aprendizado	Maria Bethania Sardeiro dos Santos	Tese	CAPES
P7	Ensino e aprendizagem da Integral de Riemann de funções de uma variável real: possibilidades de articulação da utilização de Mapas Conceituais com a teoria dos Registros de Representações Semióticas	Claudete Cargnin	Tese	<i>Google Acadêmico</i>
P8	Derivadas de funções reais de uma variável real e Integral de Riemann: construção e aprendizagem de conceitos mediados por mídias e práticas usuais	Pedro Mateus	Tese	<i>Google Acadêmico</i>
P9	Desenvolvendo atividades computacionais na disciplina cálculo diferencial e integral I: estudo de uma proposta de ensino pautada na articulação entre a visualização e a experimentação	Marcos Dias da Rocha	Dissertação	<i>Google Acadêmico</i>
P10	Modelagem matemática nas aulas de cálculo: uma estratégia que pode contribuir com a aprendizagem dos alunos de engenharia	Alyne Maria Rosa de Araújo	Dissertação	<i>Google Acadêmico</i>
P11	Face a Face com a Modelagem Matemática: Como os alunos interpretam essa atividade?	Jussara de Loiola Araújo e Jonei Cerqueira Barbosa	Artigo	Bolema
P12	Situações reais e computadores: os convidados são igualmente bem-vindos?	Jussara de Loiola Araújo	Artigo	Bolema

P13	Aplicações no ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral através de experimentos envolvendo temperaturas	Denise Helena Lombardo Ferreira e Júlio César Penereiro	Artigo	Acta Scientiae
P14	Modelo Matemático do crescimento da Araucária Angustifolia –Aplicação da Modelagem Matemática no ensino do Cálculo Diferencial e Integral	César Augusto Machado Freitas e Marilaine de Fraga Sant’Ana	Artigo	Acta Scientiae
P15	Modelagem Matemática e Análise de Modelos Matemáticos na Educação Matemática	Sueli Liberatti Javaroni e Debora da Silva Soares	Artigo	Acta Scientiae
P16	Modelagem Matemática e aplicações: uma abordagem para o ensino de funções	Maria Eli Puga Beltrão e Sonia Barbosa Camargo Iglioni	Artigo	Educação Matemática Pesquisa
P17	Tarefas que emergem em atividades da Modelagem Matemática em um ambiente educacional de Cálculo Diferencial e Integral	Karina Alessandra Pessoa da Silva	Artigo	Jornal Internacional de estudos em Educação Matemática
P18	O conceito de função em situações de Modelagem Matemática	Dirceu dos Santos Brito e Lourdes Maria Werle de Almeida	Artigo	Zetetiké
P19	Modelagem Matemática em sala de aula: Caracterização de um ambiente educacional	Karina Alessandra Pessoa da Silva	Artigo	Revista Paranaense de EM
P20	O ensino e a aprendizagem de conceitos de Cálculo usando modelos matemáticos e ferramentas tecnológicas	Jaqueline Maria da Silva, Deborah Faragó Jardim, Ana Carolina Carius	Artigo	Revista de Ensino de Engenharia
P21	Estudando Limites com o GeoGebra	Deborah Faragó Jardim et al	Artigo	Revista Vozes dos Vales

Fonte: Os autores (2020).

Após a seleção e estudo dos artigos encontrados, realizou-se a análise dos trabalhos de acordo com os procedimentos do Mapeamento – Mapa de Análise (BIEMBENGUT, 2008).

Para compreender os principais resultados apresentados pelas pesquisas que utilizam a MM para o ensino do CDI, apresentadas no quadro 1, foram estabelecidos seis critérios de análise para o estudo: a) contexto da pesquisa; b) questão/objetivo da pesquisa; c) referencial teórico; d) metodologia; e) principais resultados; e f) conteúdo do CDI. Desta forma, será abordado a seguir as principais ideias de cada pesquisa selecionada, de acordo com os critérios estabelecidos, e relacionando os pontos congruentes dos trabalhos.

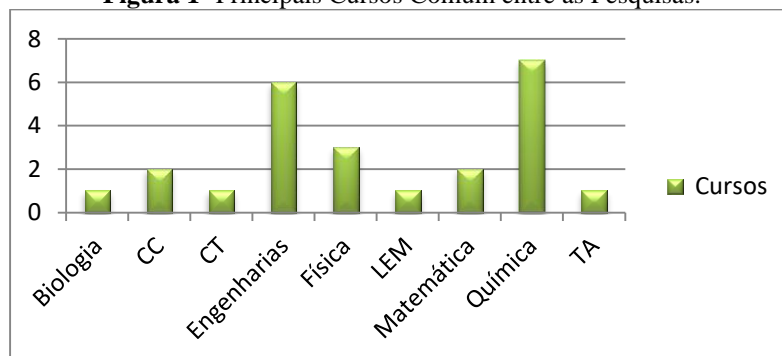
Resultados e discussão

Nesta etapa agregam-se os dados obtidos nas pesquisas apresentadas no quadro 1, com a produção teórica pertinente a cada categoria. Ressalta-se também que as bases teóricas relatadas nos trabalhos, não necessariamente foram utilizadas como referencial teórico desta pesquisa, desta forma, não consta nas referências deste artigo. A seguir, apresentam-se os principais contextos nas quais as pesquisas foram desenvolvidas.

Contexto da pesquisa

A Modelagem Matemática pode ser aplicada em diversas áreas do conhecimento. No processo de análise dos dados, pode-se perceber que entre as pesquisas elencadas, a maior parte foi realizada em cursos de graduação de áreas variadas. De acordo com Bassanezi (2010), a Matemática Aplicada abrange diversas áreas de conhecimento, devido à necessidade da formulação de modelos matemáticos que descrevam os fenômenos pessoais de algumas áreas de aplicação da Matemática, como Física, Química, Biomatemática, e outras como Engenharias, Ciências da Computação, Ciências Sociais. Dessa forma, a figura 1 apresenta os principais cursos nos quais as pesquisas analisadas foram aplicadas.

Figura 1- Principais Cursos Comum entre as Pesquisas.



Fonte: Os autores (2020).

No curso de Biologia, o artigo P15 realizou uma pesquisa contribuindo para a área. No campo da Ciência da Computação (CC), as pesquisas P9 e P14 desenvolveram trabalhos. No curso de Ciências e Tecnologia (CT), o artigo P21 realizou uma contribuição para essa área. Nos cursos de Engenharias, foram encontradas seis pesquisas: P3, P5, P7, P9, P10 e P20. Os cursos de Engenharia Civil, de Minas, Geológica,

Ambiental, da Computação, de Produção, Química, entre outras ficam em evidências nesses estudos.

Com aplicação nos cursos de Física, foram encontradas as pesquisas: P1, P5 e P9. O foco na área de Matemática foi encontrado em duas pesquisas: P2 e P5. Na Química, sete pesquisas foram encontradas, sendo elas: P5, P7, P9, P11, P12, P17 e P19. A pesquisa P8 foi aplicada na área da Licenciatura em ensino de Matemática e a pesquisa P16 foi aplicada no curso de Tecnologia em Alimentos (TA).

Algumas pesquisas não declararam explicitamente a área na qual o trabalho foi aplicado, como P13 e P18. A pesquisa P4 não desenvolveu a aplicação da sequência proposta. Por fim, a pesquisa P6 apresenta a aplicação com estudantes de todas as áreas de ensino, pois não foi estabelecido um critério de curso para participação na pesquisa. Na próxima seção são apresentadas as questões de investigação relacionadas pelas pesquisas, juntamente com o objetivo geral estabelecido.

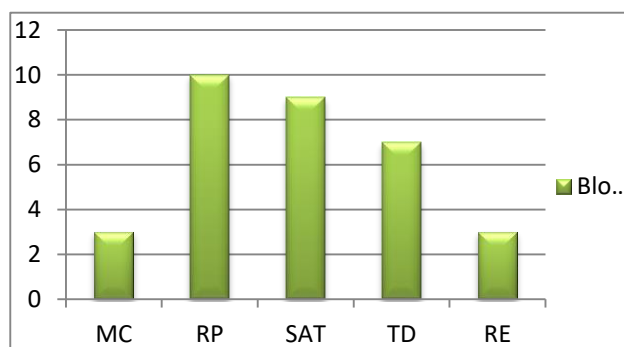
Questão/objetivo da pesquisa

De acordo com Marconi e Lakatos (2003, p. 217), a questão de pesquisa e o objetivo devem estar em sincronia: “a especificação do objetivo de uma pesquisa responde às questões *para quê?* e *para quem?*”. Dessa forma, pode-se compreender que a problemática da pesquisa e o objetivo devem estar interligados.

Nesta seção foram desenvolvidos cinco blocos que caracterizam as proposições dos objetivos e questões de pesquisa apresentados pelos trabalhos analisados. Esses blocos foram projetados com o intuito de sintetizar os conceitos comuns entre as pesquisas do quadro 1. Os blocos de análise propostos são: Mapas Conceituais (MC), Resolução de Problemas (RP), Sequência de Tarefas (SAT), Tecnologias Digitais (TD) e Relatos de Experiência (RE).

Na figura 2, apresenta-se um gráfico de colunas com as quantidades de trabalhos relacionados a cada um dos blocos apresentados.

Figura 2- Blocos de conceitos apresentados pelas pesquisas.



Fonte: Os autores (2020).

No bloco MC foram elencados três trabalhos que se assemelham à investigação proposta, sendo eles: P1, P5 e P7. Todas essas pesquisas utilizam os MC para verificar a aprendizagem dos estudantes dos conceitos do CDI. No bloco RP foram identificadas 10 pesquisas: P2, P8, P10, P11, P12, P14, P16, P17, P18 e P19. Todas essas pesquisas sugeriram que os estudantes trouxessem situações do cotidiano para que pudessem ser modeladas no ambiente da sala de aula ou do laboratório da instituição onde foi realizada.

No bloco SAT, foram encontrados nove trabalhos correlatos: P3, P4, P6, P7, P13, P15, P18, P20 e P21. Todas essas pesquisas propuseram uma sequência de tarefas relacionando o CDI com alguma situação cotidiana, tendo como intuito dinamizar o aprendizado dos estudantes. Cabe ressaltar que a pesquisa P4 não foi aplicada, seu autor apenas propõe uma sequência de ensino, sem realizar intervenção em nenhuma instituição. Além disso, é importante enfatizar que a pesquisa P18 pertence aos blocos de RP e SAT porque os pesquisadores realizaram a pesquisa em dois momentos: no primeiro momento houve a aplicação da sequência de tarefas, proposta pelos próprios pesquisadores, e, no segundo momento, a houve proposição de modelos pelos estudantes.

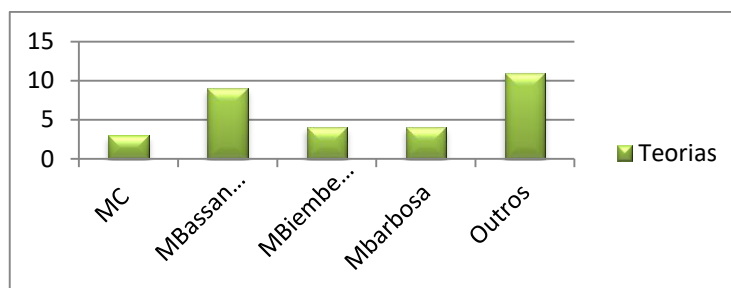
As pesquisas que utilizaram as TD no enredo de seus trabalhos foram: P8, P9, P11, P12, P15, P20 e P21. Todas utilizaram *softwares* educacionais para modelar situações que contribuíssem para a aprendizagem na disciplina de CDI. Os trabalhos P8, P11 e P12 pertencem aos blocos TD e RP porque seus autores realizaram as pesquisas em dois momentos: no primeiro momento, no ambiente da sala de aula, e no segundo momento, no laboratório de informática da instituição. O mesmo fator ocorre com as pesquisas P15, P20 e P21, que relacionam as TD e SAT nos dois ambientes.

No bloco RE, foram encontradas três pesquisas relacionadas: P5, P6 e P16. Esses trabalhos utilizaram como dados os relatos dos estudantes e/ou professores sobre o ensino e a aprendizagem do CDI nas instituições de ensino que serviram como *locus* de pesquisa. Em P5 pode-se perceber a participação em dois blocos: RE e MC. Na próxima seção são apresentadas as principais fundamentações teóricas das pesquisas analisadas.

Fundamentação teórica

Nesta seção destacam-se as principais fundamentações teóricas apresentadas nos 21 trabalhos analisados no quadro 1. Assim, na figura 3, são apresentados os principais arcabouços teóricos e as pesquisas nas quais são utilizados.

Figura 3- Principais Teorias Incidente entre as Pesquisas.



Fonte: Os autores (2020).

Na figura 3, pode-se observar que três trabalhos utilizaram o conceito de MC em suas pesquisas: P1, P5 e P7. A modelagem, na concepção de Bassanezi (2010), foi encontrada em nove pesquisas: P3, P10, P11, P13, P14, P15, P17, P18 e P19. As pesquisas que fazem uso da visão de modelagem de Biembengut (1999) foram: P3, P10, P14 e P16. As pesquisas com concepções de modelagem de Barbosa (2001, 1999) foram: P14, P15, P16 e P17.

Na categoria “*Outros*” estão teorias que não foram recorrentes, sendo exclusivas de algumas das pesquisas. Algumas delas são: Teoria das Situações Didáticas, presente na pesquisa P7, a Teoria Instrumental, presente na pesquisa P8, a Modelagem, na concepção de Blum e Niss (1991), presente na pesquisa P11, que aborda a modelagem de acordo a proposição de um modelo para o ensino da matemática. Essa concepção de Modelagem não tem destaque nesta pesquisa, porque não esteve presente em quantidade razoável nas pesquisas do *corpus*.

As principais concepções de MM apresentada nas pesquisas foram propostas por Bassanezi (2010), a qual busca uma situação do cotidiano com a finalidade de ensinar um conteúdo da Matemática, também pode ser aplicada à Educação Básica, uma vez que diversos problemas podem ser solucionados com os conteúdos da matemática básica, abrindo a possibilidade de trabalhar a modelagem com os estudantes desta fase escolar. Esse processo é o que Biembengut (2014, 2016) chama de *modelação* ou modelagem na educação.

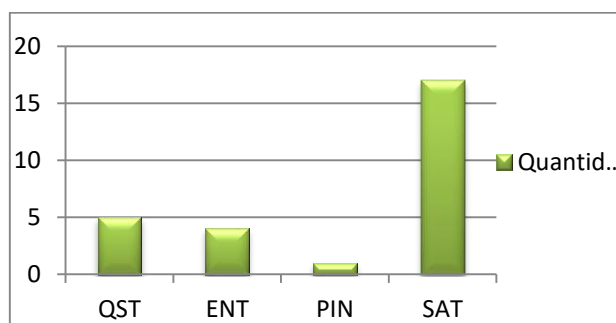
Na modelagem proposta por Barbosa (2001,1999) o foco é a investigação e problematização dos conteúdos matemáticos. Conforme Barbosa (2004, p. 3), a modelagem “[...] é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade”. A seguir, apresenta-se as principais ferramentas metodológicas utilizadas nos trabalhos.

Metodologia

Nesta subseção são apresentados os aspectos metodológicos utilizados pelas pesquisas analisadas neste artigo. De acordo com Marconi e Lakatos (2003), na metodologia de uma pesquisa científica apresentam-se os métodos de abordagem no decorrer do trabalho, bem como os procedimentos estabelecidos e as técnicas utilizadas. Dessa forma, entende-se que a metodologia deve conter o conjunto de procedimentos que foram utilizados para a realização de uma pesquisa.

Na figura 4, o gráfico de colunas apresenta a quantidade de pesquisas encontradas. As pesquisas estão organizadas pelo tipo de abordagem metodológica utilizada para a coleta de dados. Essas abordagens metodológicas foram agrupadas por categorias pré-definidas, denominadas: Questionários (QST), Entrevistas (ENT), Proposta de Intervenção (PIN) e Sequências de Tarefas (SAT). Cabe destacar que algumas pesquisas fazem parte de mais de uma categoria.

Figura 4 - Categorias das principais metodologias encontradas nas pesquisas.



Fonte: Os autores (2020).

Na figura 4, pode-se verificar que aproximadamente 24% dos trabalhos utilizaram a técnica da *aplicação de um questionário*: P1, P5, P6, P16 e P20. Na categoria *entrevistas* tem-se 19% dos trabalhos: P1, P6, P15 e P18. Na categoria da *proposta de intervenção*, apenas a pesquisa P4 se encaixa nesse quesito. Na categoria *sequência de atividades* está a maioria dos trabalhos, totalizando um percentual aproximado de 81% das pesquisas analisadas: P2, P3, P7, P8, P9, P10, P11, P12, P13, P14, P15, P16, P17, P18, P19, P20 e P21. Todas as pesquisas elencadas na categoria SAT assemelham-se por aplicarem uma sequência de tarefas propostas pelos autores ou pelos estudantes com o intuito de modelar alguma situação do cotidiano, representando as proposições de Modelagem propostas por Bassanezi (2010).

As pesquisas P1, P2, P3, P5, P6, P7, P10, P11, P12, P15, P16, P17, P18, P19, P20 e P21 utilizaram o ambiente da sala de aula para aplicar e desenvolver a modelagem com os estudantes. Porém, as pesquisas P2, P3, P7, P8, P9, P11, P12, P17, P20 e P21 utilizaram os laboratórios das instituições para desenvolver intervenções. As pesquisas P2, P3, P7, P11, P12, P17, P20 e P21 utilizaram os dois ambientes para realizarem suas pesquisas, conciliando os momentos em sala de aula para exposição dos conteúdos ou discussões em conjunto, e os momentos práticos no laboratório, onde os estudantes desenvolviam os modelos sem a interferência direta do pesquisador.

As pesquisas P13 e P14 não utilizaram o ambiente da sala de aula durante a intervenção, que foi realizada no próprio *campus* universitário. Na pesquisa P13 foi proposta a realização da medição da temperatura da praça de alimentação e do aquecedor solar do *campus* no qual os participantes estudavam. Na pesquisa P14 foi realizada a medição das plantas no próprio *campus* universitário que tinha unidades da planta em seu

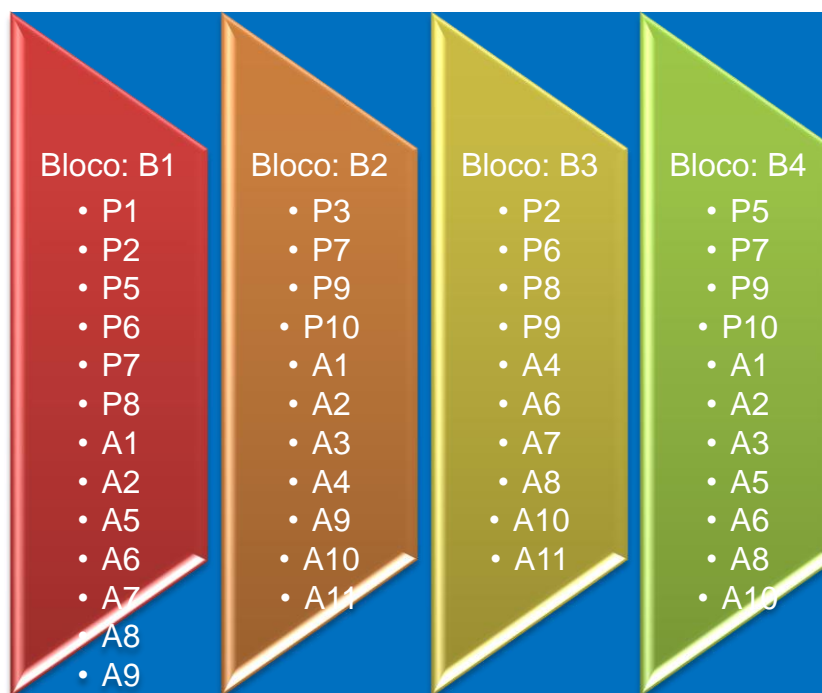
interior. Nas pesquisas P13 e P14 os autores propuseram aos estudantes o estudo de problemas encontrados no *campus* universitário em que estudavam, dessa forma, a motivação encontrada pelos autores foi a que mais se aproximou das concepções de modelagem.

Na próxima seção são apresentados os principais resultados comuns percebidos na análise das pesquisas, com as respectivas interpretações dos autores deste artigo.

Principais resultados

Nesta seção são apresentados os principais resultados descritos nas pesquisas analisadas. Para tanto, esta análise está dividida em quatro blocos, sendo que cada bloco representa considerações comuns às pesquisas. O primeiro bloco é denominado B1, o segundo B2, o terceiro B3 e o quarto B4. Na figura 5, apresentam-se os quatro blocos com as pesquisas que se encaixam no conceito referente, que é apresentado em seguida.

Figura 5- Análise dos resultados.



Fonte: Os autores (2020).

As pesquisas referentes ao bloco B1 afirmaram que a intervenção com a utilização da MM auxiliou no processo de ensino e aprendizagem da disciplina de CDI e também desenvolveu o diálogo entre o professor e o estudante. Isso foi percebido, pois os

estudantes participavam mais da disciplina e questionavam os autores acerca de dúvidas que surgiam durante as fases do processo. Dessa forma, diversos autores concluíram que a MM é uma ferramenta a ser utilizada pelo professor com a finalidade de melhorar o desempenho dos estudantes.

As pesquisas referentes ao bloco B2 concluem que a intervenção por meio da MM despertou o interesse dos estudantes pela disciplina, de modo que, no início da investigação, os pesquisadores notaram que os estudantes não tinham interesse pela disciplina de CDI, identificando atitudes como recusa por participar da atividade, falta de interesse nas discussões nos grupos, entre outras. No entanto, ao passarem a participar das aulas, propondo situações do cotidiano, o interesse pela disciplina foi despertado nos estudantes. Essas ideias são apresentadas por Bassanezi (2010), que afirma que o uso da MM desperta o interesse dos estudantes pelo conteúdo estudado, independente da área.

As pesquisas pertencentes ao bloco B3 concluíram que, por meio da MM, muitos estudantes conseguiram superar suas dificuldades e anseios com a disciplina. Algumas pesquisas relataram que diversos estudantes estavam receosos em trabalhar com o CDI por terem dificuldades com a disciplina. Contudo, após a intervenção, foi possível perceber a superação desses estudantes e seus avanços na disciplina. De acordo com Madruga e Biembengut (2016), o processo da modelagem auxilia os estudantes a entenderem os dados que estão sendo apresentados e a desenvolverem uma visão estruturada do processo, conseguindo comunicar isso as outras pessoas.

As pesquisas referentes ao bloco B4 concluíram que a MM é uma ferramenta essencial para o ensino e aprendizagem da disciplina CDI. Após as intervenções, alguns autores concluíram que o uso dessa ferramenta desenvolve aspectos cognitivos dos estudantes, potencializando seu senso de investigação e transformando os alunos em sujeitos da própria aprendizagem. De acordo com Bassanezi (2010) e Biembengut (2016), o processo de Modelagem, por trabalhar com cenários e modelos os quais são, geralmente, de interesse dos estudantes, favorece o ensino por parte do professor, que se torna um facilitador da aprendizagem, bem como o aprendizado do estudante, que se torna um sujeito da própria aprendizagem.

É importante ressaltar que, em alguns casos, o estudante não se adapta à intervenção, pois continua encontrando dificuldades com o conteúdo. Por isso, o

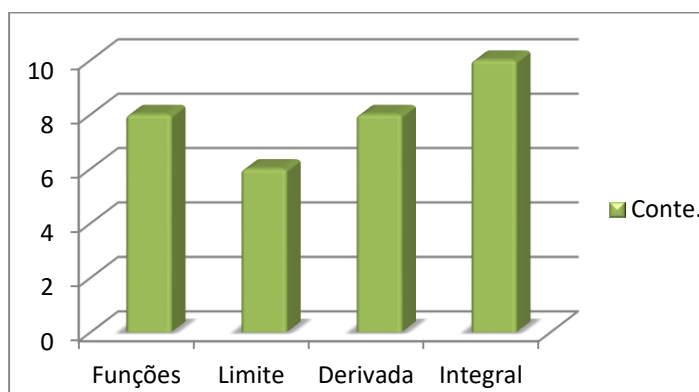
professor deve realizar intervenções com o estudante a fim de proporcionar a superação dessas dificuldades.

Na próxima seção apresentam-se os principais conteúdos do CDI que foram utilizados pelos autores durante a intervenção.

Principais conteúdos do CDI

Na disciplina CDI, os principais conteúdos abordados segundo a pesquisa realizada nos livros de Leithold (1994), Swokowski (1994) e Stewart (2006) são: Função de uma variável real, Limite, Derivada e Integral. Nesta seção são apresentados os principais conteúdos do CDI comuns às pesquisas analisadas neste artigo. Para tanto, foi realizada a divisão em quatro categorias referentes aos conteúdos apresentados: a primeira categoria é representada pelo conteúdo de Funções, a segunda de Limite, a terceira de Derivada e a quarta de Integral. Na figura 6, apresenta-se o gráfico de colunas que corresponde à quantidade de pesquisas analisadas pelo conteúdo utilizado.

Figura 6- Principais Conteúdos Comuns entre as Pesquisas.



Fonte: Os autores (2020).

Conforme pode-se observar na figura 6, oito pesquisas utilizaram o conteúdo de Funções na intervenção: P11, P12, P16, P17, P18, P19 e P21. O conteúdo de Limite foi utilizado por seis pesquisas: P6, P9, P10, P15, P20 e P21. O conteúdo de Derivadas foi encontrado em oito pesquisas: P1, P4, P5, P8, P9, P10, P15 e P20. E o conteúdo de Integral foi encontrado em 10 pesquisas: P2, P3, P7, P8, P9, P10, P13, P14, P15 e P20.

As pesquisas que utilizaram somente o conteúdo de Limites (P6, P9, P10, A5 e A10) poderiam ter utilizado também o conteúdo de Funções, uma vez que o cálculo do Limite envolve uma Função. Dessa forma, poderia ter sido trabalhado o conteúdo de

Funções em conjunto com o de Limites, conforme foi feito no trabalho realizado em A11. Além disso, as pesquisas que utilizaram o conteúdo de Integrais focaram suas intervenções no conceito de Integral. Dessa forma, os pesquisadores poderiam fazer uma revisão *a priori* dos conteúdos de Limites e Derivadas, já que são essenciais para a compreensão do processo de partição da área de uma figura. Por fim, percebeu-se na maioria das pesquisas que o processo de institucionalização do conteúdo não foi eficaz, além disso, não se referem à retomada do conteúdo em sala de aula.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo objetivou analisar como se apresentam as pesquisas brasileiras que utilizam a modelagem matemática como auxílio para o ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral. Para tal, sob a ótica do Mapeamento na Pesquisa Educacional (BIEMBENGUT, 2008), foram analisados 21 trabalhos selecionados nos bancos de dados da CAPES, *Google Acadêmico* e Revistas de *Qualis A1 a B2*.

As pesquisas selecionadas apresentam diversos autores que discorrem sobre o tema nas amplas visões da Modelagem, entre eles os principais nomes da MM no Brasil: Bassanezi (2010) e Biembengut (2014). Estes autores abordam a modelagem como o processo no qual o estudante, por meio de uma situação do cotidiano, desenvolve um modelo matemático da situação proposta, tornando-se assim, responsável pelo próprio processo de aprendizagem, enquanto que o professor atua como mediador do conhecimento.

Nas pesquisas selecionadas, os participantes eram estudantes de diversos cursos de graduação, tais como: Biologia, Física, Matemática, Engenharias, Ciências e Tecnologia, Ciências da Computação, Licenciatura em Química, entre outros. No geral, foram suas primeiras participações em uma pesquisa que aborde a modelagem, sendo que as ideias norteadoras dos modelos e das situações de modelagem, em grande parte advieram desses estudantes.

Na análise dos estudos, observou-se que: 1) O uso da MM em uma aula de CDI permite que o ambiente de interação entre os estudantes e o professor seja mais produtivo, isso porque os participantes sentem-se parte efetiva no processo de aprendizagem; 2) Em uma aula na disciplina de CDI, a MM é uma excelente ferramenta metodológica, relevante para o processo de ensino e de aprendizagem; 3) Verificou-se ainda que a utilização dessa

proposta metodológica permite que os estudantes sintam-se motivados a participarem das aulas, adquirindo interesse pelo estudo da disciplina; 4) Nos trabalhos analisados, a MM está geralmente associada com outras propostas metodológicas, ou ferramentas tecnológicas, com a finalidade de aprimorar o processo de ensino e aprendizagem; 5) Em algumas pesquisas foi observado que a MM serviu apenas como aporte teórico, enquanto que na prática, foi apresentada apenas uma sequência de atividades.

Pela análise dos artigos selecionados, percebeu-se que é necessário investimento em um número maior de pesquisas no contexto do uso da MM para o ensino do CDI, uma vez que o número de pesquisas encontradas não foi expressivo. Além disso, percebeu-se que em unanimidade, a MM interfere positivamente no ensino e na aprendizagem do CDI.

REFERÊNCIAS

ALVES-MAZZOTTI, A. J. O método nas Ciências Sociais. In: GEWANDSNAJDER, F. **O método nas Ciências Sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa**. São Paulo: Pioneira, 1998. cap. 4. p. 145-152.

ARAÚJO, A. M. R. **Modelagem Matemática nas aulas de cálculo: uma estratégia que pode contribuir com a aprendizagem dos alunos da engenharia**. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Pará, Pará, 2008.

ARAÚJO, J. L. Situações reais e computadores: os convidados são igualmente bem-vindos? **Revista Bolema**, Rio Claro – SP, v. 16, n. 19, maio 2003.

ARAÚJO, J. L.; BARBOSA, J. C. Face a Face com a Modelagem Matemática: Como os alunos interpretam essa atividade? **Revista Bolema**, Rio Claro – SP, v. 18, n. 23, maio 2005.

BARBOSA, J.C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como?. **Revista Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2010.

BELTRÃO, M. E. P; IGLIORI, S. B. C. Modelagem Matemática e aplicações: abordagens para o ensino de funções. **Revista Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.12, n.1, pp.17-42, 2010.

BIEMBENGUT, M. S. **Mapeamento na Pesquisa Educacional**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2008.

BLUM, W., NISS, M. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – state, trends and issues in mathematics instruction. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 22, n. 1, p. 37-68, 1991.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em Educação**: fundamentos, métodos e técnicas. In: *Investigação qualitativa em educação*. Portugal: Porto Editora, 2010.

BRITO, D. S.; ALMEIDA, L. M. W. O conceito de função em situações de Modelagem Matemática. *Revista Zetetiké*, Cempem – FE. Unicamp, v.13, n. 23, jan./jun. 2005.

BRITO, A. J.; CARDOSO, V. C. Uma abordagem histórico-pedagógica dos fundamentos do Cálculo Diferencial: reflexões metodológicas. **Zetetiké**, 1997.

CARGNIN, C. **Ensino e Aprendizagem da Integral de Riemann de uma variável real**: possibilidades de articulação da utilização de mapas conceituais com a Teoria de Registros de Representação Semiótica. Tese (Doutorado). Universidade Estadual de Maringá, Paraná, 2013.

FERRÃO, N.S. **Mapas Conceituais digitais como elemento sinalizador da aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral**. Dissertação (Mestrado). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2013.

FERREIRA, D. H. L; PENEREIRO, J. C. Aplicações no ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral através de experimentos envolvendo temperaturas. **Revista Acta Scientiae**, Canoas v. 12 n.1 p.67-82 jan./jun. 2010.

FREITAS, C. A. M; Sant’Ana, M. F. Modelo Matemático do crescimento da Araucária Angustifolia. Aplicação da Modelagem Matemática no ensino do Cálculo Diferencial e Integral. **Revista Acta Scientiae**, v.8, n.2, jul./dez. 2006.

GOMES, E. Ensino e aprendizagem de cálculo na engenharia: um mapeamento das publicações nos COBENGE. In: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática, 16, Canoas. **Anais**. Canoas: ULBRA, 2012.

GUEDIN, J. **Cálculo diferencial e integral**: o ensino como uma abordagem histórica e suas contextualizações. Monografia (Especialização em Educação Matemática). Universidade do Extremo Sul Catarinense (UNESC). Criciúma, 2004.

JARDIM, D. F; SILVA, J.M; PEREIRA, M.M; JÚNIOR, E. A.S; NEPOMUCENA, T.V; PINHERO, T.R. Estudando Limites com o *GeoGebra*. **Revista Científica Vozes dos Vales** – UFVJM, MG, nº 08, ano IV, out./2015.

JAVARONI, S. L; SOARES, D. S. Modelagem Matemática e Análise de Modelos Matemáticos na Educação Matemática. **Revista Acta Scientiae**, Canoas, v. 14, n.2, maio/ago. 2012, p.260-275.

JUNQUEIRA, S. M. S. **Experiências de estudantes na construção do conhecimento de Derivada em aulas de Cálculo Diferencial e Integral I**. Tese (Doutorado). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2014.

LEITHOLD, L. **O Cálculo com Geometria Analítica**. 3^o edição. Editora Harbra. 1994.

LEME, J.C.M. **Aprendizagem da Derivada**: Uma perspectiva de análise pelos fluxos de pensamento. Tese (Doutorado). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2016.

MADRUGA, Z. E. F; BIEMBENGUT, M.S. **Modelagem & Aleg(o)rias**: um enredo entre cultura e educação. Editora Appris. Curitiba-PR. 2016.

MARCONI, M. A; LAKATOS, E. M. **Fundamentos da Metodologia Científica**. São Paulo: Editora Atlas, 2003.

MATEUS, P. **Derivadas de funções reais de uma variável real e Integrais de Riemann**: Construção e aprendizagem de conceitos mediados por mídias e práticas usuais. Tese (Doutorado). Universidade de Anhanguera, São Paulo, 2014.

REZENDE, W.M. O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica. In MACHADO, N.; CUNHA, M.(org) **Linguagem, Conhecimento, Ação** – ensaios de epistemologia e didática. Escrituras, São Paulo, 2003.

ROCHA, M. D. **Desenvolvendo atividades computacionais na disciplina Cálculo Diferencial e Integral I**: Estudo de uma proposta de ensino pautada na articulação entre a visualização e a experimentação. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Ouro Preto, Minas Gerais, 2010.

SANTOS, M. B. S. **Um olhar para o conceito de Limite**: Constituição, Apresentação e Percepção de professores e alunos sobre o ensino e aprendizado. Tese (Doutorado). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2013.

SANTOS, S. P.; MATOS, M. G.O. O ensino de Cálculo I no curso de Licenciatura em Matemática: obstáculos na aprendizagem. **Revista Eventos Pedagógicos**, v.3, n.3, agost./dez. 2012, p.458 – 473.

SILVA, K. A. P. Tarefas que emergem em atividades de Modelagem Matemática em um ambiente educacional do Cálculo Diferencial e Integral. **JIEEM**, 10(1):23-40. 2017.

SILVA, K. A. P. Modelagem Matemática na sala de aula: caracterização de um ambiente educacional. **RPEM**, Campo Mourão, Pr, v.6, n.10, p.135-157, jan.-jun. 2017.

SILVA, J. M; JARDIM, D. F; CARIUS, A. C. O ensino e aprendizagem de conceitos de cálculo usando modelos matemáticos e ferramentas tecnológicas. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 35, n. 2, p. 70-80.

SILVA, C. A. **Introdução ao conceito da integral de funções polinomiais em um curso de engenharia de produção por meio de tarefas fundamentadas em**

princípios de Modelagem Matemática. Tese (Doutorado). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2013.

STEWART, J. **Calculus.** Tradução: Cyro de Carvalho Patarra et al. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 1996.

SWOKOWSKI, E. W. **Cálculo com Geometria Analítica.** 2. ed. São Paulo: Editora Makron Books, 1994.

VOGADO, G.E.R. **O ensino e a aprendizagem das ideias preliminares envolvido no conceito de integral por meio da resolução de problemas.** Tese (Doutorado). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2014.

WROBEL, J. S; ZEFERINO, M. V. C; CARNEIRO, T. C. J. O mapa do ensino de Cálculo nos últimos 10 anos do COBENGE. **XLI Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia.** Gramado, Rio Grande do Sul. 2013.