

EMSF

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA SEM FRONTEIRAS

ALGUMAS INFLUÊNCIAS DA COMPETÊNCIA LEITORA SOBRE O DESEMPENHO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS VERBAIS DE MATEMÁTICA

SOME INFLUENCES OF COMPETENCE READING ABOUT PERFORMANCE IN VERBAL MATHEMATICAL PROBLEMS

Stefânia Reis Antunes Hoffmann¹

Maria Alice Veiga Ferreira de Souza²

Resumo

Este artigo apresenta um estudo sobre algumas influências da competência leitora de 160 alunos do Ensino Médio brasileiro sobre o desempenho na resolução de problemas verbais de Matemática. Além disso, a investigação buscou verificar a potencialidade da orientação do pensamento matemático por questionamentos para a compreensão de textos matemáticos. O estudo se justifica pela centralidade da resolução de problemas para a aprendizagem de objetos matemáticos e pelo que reclama a comunidade científica específica acerca desse tema. Para os fins da investigação, contamos com os estudos de Pólya, Cagliari, Bakhtin, Perrenoud e autores da Educação Matemática. Os resultados do estudo de cunho qualitativo revelaram que a competência leitora exerceu papel importante para a organização mental dos alunos quando da leitura de problemas verbais. Além disso, os questionamentos se mostraram como uma via potencial para a promoção da compreensão dos textos e, assim, contribuíram para o desempenho na resolução dos problemas.

Palavras-Chave: Competência leitora; Problemas verbais; Matemática; Questionamentos.

Abstract

This article presents a study about some influences of the reading competence of 160 Brazilian high school students about the performance in verbal problems of Mathematics. In addition, the research sought to verify the potential of the orientation of mathematical thinking through questioning for the understanding of mathematical texts. The study is justified by the centrality of solving problems for the learning of mathematical objects and for which the specific scientific community demands about this theme. For the purposes of the investigation, we count on the studies of Pólya, Cagliari, Bakhtin, Perrenoud and authors of Mathematical Education. The results of the qualitative study revealed that reading competence played an important role in the mental organization of students when reading verbal problems. In addition, the questions were shown as a potential way to promote the understanding of the texts and, thus, contributed to the performance in solving the problems.

Keywords: Reading competence; Verbal problems; Mathematics; Questionings.

¹ Mestre em Educação. Secretaria de Educação do Estado do Espírito Santo. Email: fannyantunes@hotmail.com.

² Doutora em Educação. Instituto Federal do Espírito Santo – Centro de Referência em Formação e em Educação a Distância – Coordenadoria Geral de Pesquisa e Extensão. Email: alicevfs@gmail.com.

O contexto do debate

Que influências existem da competência leitora sobre o desempenho na resolução de problemas verbais de Matemática? Qual a potencialidade de questionamentos para auxiliar estudantes na etapa de compreensão de problemas verbais? As respostas a esses questionamentos serão o cerne da discussão neste artigo e emergiram de uma investigação científica de cunho qualitativo com 160 estudantes do Ensino Médio de uma escola pública brasileira.

Em meio à investigação, discutimos a importância e o papel da competência leitora para a resolução de problemas de Matemática, à luz, principalmente, dos pressupostos metodológicos de Pólya (1945) e de teóricos como Cagliari (1994), Bakhtin (2010) e Perrenoud (2002), além de autores da Educação Matemática. Essa discussão pretende promover subsídios para o trabalho do professor que ensina matemática quando planeja e aplica tarefas que envolvam problemas verbais para seus alunos.

A investigação se justifica pela relevância do trabalho docente com problemas, corroborado pela comunidade de pesquisadores da Educação Matemática de todo o mundo (SOUZA; GUIMARÃES, 2015; SOUZA; SOUZA, 2016; SHOENFELD, 1985, 1987; POWELL; YOKOYAMA, 2011; POWELL; BAIRRAL, 2006; SILVER; CAI, 2005; LOCKHARD, 2009), sobretudo quando esse tema central no ensino de Matemática tem interseções com o domínio da língua materna, no que diz respeito à interpretação de textos, e com a organização mental e desenvolvimento do pensamento matemático para lograr sucesso na resolução (KRUTETSKII, 1976). Essa particularidade – interpretação de textos e organização do pensamento matemático – é foco de nossa investigação dentro de um tema tão amplo como o da resolução de problemas de Matemática.

Significado de alguns termos neste trabalho

Antes de iniciarmos nossa discussão, é útil que sejam esclarecidos termos importantes que serão usados neste artigo, a começar pelo que entendemos por problema. Estamos diante de um problema quando necessitamos alcançar um objetivo claramente definido, mas não atingível de imediato (SOUZA; GUIMARÃES, 2015; PÓLYA, 1945; SHOENFELD, 1985, 1987). Nesse sentido, se dominamos os meios para resolver ou responder a uma demanda, não há que se falar em problema, mas em uma mera execução, por possuir baixo investimento cognitivo.

Especificamente, nosso interesse gira acerca de problemas de Matemática que chamaremos de verbais. Problemas verbais são aqui concebidos tal como Souza e Guimarães (2015, p.137), ou seja, aqueles “que são formulados por escrito, recorrendo, sobretudo, à linguagem natural, eventualmente permeada por elementos da linguagem própria da matemática.” São de nosso interesse, portanto, problemas formulados por meio de uma narrativa, uma estória ou um contexto matemático relatado na forma de um texto, sem uso exclusivo da terminologia e simbologia matemática, nem mesmo problemas formulados com frases do tipo “resolva a equação...”, “determine ...” ou “ache o valor de...” que, apesar de serem escritas com linguagem natural, estão muito mais próximas do vocabulário próprio da matemática.

Por fim, o termo “enunciado” deve ser esclarecido por ser amplamente entendido por profissionais que lidam com o ensino da Matemática, como a formulação pura e simples de um problema, exercício ou tarefa, mas que neste trabalho tomará a conotação dada por Bakhtin (1995; 1997) que vai além da simples expressão escrita ou falada. Ao mencionarmos “enunciado” estaremos nos referindo à leitura do texto associada à sua compreensão. Se acaso a compreensão não for plena e/ou não estiver presente quando da leitura de um problema, estaremos a falar em “texto”. A diferenciação é importante, pois a compreensão do texto do problema verbal é o primeiro passo para sua solução. Ao contrário, a simples leitura não garante plena compreensão, daí a necessidade de atribuição de denominações diferenciadas. O enunciado, portanto, vai além da simples leitura textual por fazer “emergir um conjunto de processos psicológicos que, coordenadamente, resultam na elaboração de uma representação mental idiossincrática pelo leitor (SOUZA; GUIMARÃES, 2015, p.137)” e essa representação é um dos suportes para a resolução.

A compreensão na resolução de problemas de Matemática

George Pólya (1995), matemático húngaro, inaugurou quatro etapas para a resolução de problemas de Matemática: 1) compreensão do problema, 2) elaboração de um plano de ação, 3) execução desse plano e, 4) *looking back*, entendido como uma análise retrospectiva do que foi feito, ou seja, uma revisita às etapas anteriores identificando coerência e correção na lógica desenvolvida e idealizando possíveis modos mais eficientes de solução. Todas as etapas são importantes e não ocorrem, necessariamente, uma após a outra.

a, mas uma mais em primeiro plano que outra em determinada altura da resolução, a exemplo da etapa da compreensão que é requerida em diferentes momentos no curso de resolução pela indispensabilidade de extração e conferência dos dados do enunciado. A execução, por seu lado, exige monitoramento constante com as etapas anteriores, justamente por estarem conexas em uma lógica elaborada desde o início.

Apesar da indissociabilidade das quatro etapas para a resolução de um problema matemático, a primeira – a compreensão do problema – será de nosso interesse, precisamente porque no caso de problemas verbais, a compreensão de textos se apresenta como requisito primeiro e é uma etapa decisiva no processo de resolução, pois, para Pólya (1995, p.4), “o problema precisa ficar bem entendido”, para que a pessoa busque na memória meios para resolvê-lo. Pólya leva a crer que o texto deva ser decifrado – haver reconhecimento das orações como unidade de significação – e decodificado – ocorrer apropriação de seu sentido global apoiando-se em sua experiência de vida. Além disso, esse autor defende que o termo “compreensão” reúne todas as facetas referentes ao processo de leitura de um texto e que permitem a apropriação das informações ali presentes, bem como a interação entre texto e leitor.

Pólya não desenvolveu plenamente esses aspectos linguísticos, pelo que lhe faltava a formação específica, mas deixou vestígios de suas ideias e que serão objeto de discussão no próximo tópico, agora com a fundamentação necessária vinda das ideias de Cagliari (1994), Perrenoud (2002) e Bakhtin (2011).

Competência leitora: o que é e para que serve na resolução de problemas

Não é difícil entender porque o ato de ler tem grande peso em relação às outras competências desenvolvidas na escola. Ler facilita aos indivíduos condições de se socializar, seguir instruções, reunir informações necessárias para acompanhar a construção de um pensamento, organizar o raciocínio, enfim, o ato de ler desenvolve recursos que podem favorecer a aprendizagem. Além disso, a leitura é apontada como fonte de prazer, “fonte de satisfação pessoal, de conquista, de realização, que serve de grande estímulo e motivação para que a criança goste da escola e de estudar” (CAGLIARI, 1994, p.169).

Entretanto, em alguns casos, segundo esse autor, a pessoa, ao ser introduzida no universo da leitura, pode se frustrar pelo emprego de métodos enfadonhos para trabalhar

a leitura e da escolha de textos pouco interessantes na visão de um leitor iniciante. Sendo assim, esse indivíduo pode passar pela fase escolar sem perceber os benefícios relacionados à leitura e isso talvez possa justificar parte de seu desinteresse pela atividade da leitura ao longo de toda a sua vida escolar.

A leitura, de modo geral, e em especial de um problema verbal, é uma atividade individual e que implica na realização de diferentes operações cognitivas, entre elas: compreender o que é solicitado, selecionar informações relevantes para a resolução e associá-las ao que se conhece sobre o assunto, estabelecendo uma espécie de diálogo com o autor do texto. Essas operações reunidas é o que chamaremos de **competência leitora**, pois o mesmo texto pode ser lido de formas diferentes, a depender do propósito pelo qual se lê. O ato de ler é para nós, tal como Cagliari (1995, p.155) “toda manifestação linguística que uma pessoa realiza para recuperar um pensamento formulado por outra e colocado na forma de escrita”.

Por meio dessas operações cognitivas, o leitor busca caminhos que o conduzem à elaboração de um plano para a resolução. Sob essa ótica, a competência leitora é condição necessária para que o aluno alcance desempenho preliminar eficiente para a solução de problemas verbais. Sendo assim, convém tratarmos de aspectos didático-metodológicos que possam potencializar a capacidade de leitura competente no âmbito de textos de Matemática, que discutiremos adiante.

Desenvolvimento da competência leitora na resolução de problemas

A experiência das autoras como docentes e algumas pesquisas mostram (SOUZA; SOUZA, 2016) que durante a resolução de um problema verbal de Matemática, raramente alunos solicitam auxílio em relação à compreensão de elementos linguísticos que compõem o texto. Geralmente, imediatamente após a leitura, eles costumam buscar por um algoritmo matemático que solucione o problema. Afinal, o objetivo da tarefa é encontrar a solução matemática e, para eles, é possível que pensem que é apenas nisso que o professor de Matemática poderia, de fato, ajudá-lo.

Isso pode ocorrer por eles se sentirem capazes de reconhecer símbolos e recuperar seus significados. Entretanto, se por meio dessa leitura os alunos não manifestam uma atitude responsiva e dialógica com a proposta do problema, nem combina elementos retirados do texto com conhecimentos relacionados ao pensar matemático retidos em sua

memória, ou, tampouco é capaz de acionar seus recursos cognitivos para tomar uma decisão, não é possível afirmar que eles estejam lendo de forma competente.

A propósito, atitude responsiva e dialógica é explicada por Bakhtin (2011) ao defender que o enunciado carrega consigo não somente o significado das unidades linguísticas que o compõe, mas também uma intenção, carrega relações dialógicas com outros enunciados, ideias, situações que o leitor precisa ter vivenciado. É indispensável que o leitor consiga conectar esses elementos ao entendimento que faz do texto que está lendo, ou seja, informações e saberes são resgatados, automaticamente, no momento da leitura. Caso o leitor não relacione o que já sabe ao que está lendo, o processo de leitura estará incompleto. Não há como algo ser comunicado sem a interferência da visão de mundo do receptor. Por isso, ler de forma competente transpõe o reconhecimento de aspectos gráficos e fonológicos, mas reúne, a esse reconhecimento, fatores externos ao texto relacionados ao universo do leitor. Assim sendo, um leitor não competente poderá apresentar embaraços para associar seus conhecimentos matemáticos internalizados ao conteúdo semântico do texto.

Ser competente, tal como defendido por Perrenoud (2002), consiste não somente em reunir recursos cognitivos (saberes, informações, atitudes, esquemas de percepção, de avaliação e de raciocínio, etc.), mas em estar apto para capturar dessas possibilidades internas, aplicações em situações que careçam da formulação de um algoritmo novo. Nesse sentido, o indivíduo competente em leitura, ao resolver um problema de Matemática, deve ser capaz de reconhecer estratégias antes experimentadas, que combinadas, venham a estabelecer procedimento matemático específico para o problema em questão.

Sob essa perspectiva, a competência leitora também deve ser vista como um conjunto de aptidões internas do leitor que integram o processo de apropriação de um texto. Ao que parece, a associação, mobilização e aplicação desses recursos cognitivos internalizados é algo que pode ser desenvolvido, mas de que maneira? O desenvolvimento da competência leitora requer que o indivíduo conheça estratégias para compreensão textual. Essas estratégias são aprendidas, na maioria das vezes, mais pelo hábito da leitura, que é salutar, do que pela intervenção do professor. É produtivo, pois, que o ensino seja mais voltado para a construção do sentido do que é lido do que para os conteúdos de aprendizagem propostos no currículo disciplinar. Cagliari (1994, p.173) reclama que “a

leitura não pode ser uma atividade secundária na sala de aula” e nós completamos sublinhando que nem mesmo nas aulas de Matemática. Esse autor destaca haver “[...] um descaso enorme pela leitura, pelos textos, pela programação dessa atividade na escola; no entanto, a leitura deveria ser a maior herança legada pela escola, será a fonte perene de educação, com ou sem escola”.

Justamente nesse ponto, ressaltamos a contribuição de Pólya como uma via de desenvolvimento da competência leitora por professores de Matemática no que diz respeito a problemas verbais nessa disciplina, que passaremos a discorrer.

Das quatro etapas da heurística que Pólya anunciou, nos interessa discorrer, exclusivamente, sobre a primeira – a compreensão de um problema verbal de Matemática. Pólya, apesar de não pertencer à área de linguística, observou que, apesar de essa etapa ser importante no processo, é comum os alunos não dedicarem, suficientemente, a atenção que lhe é devida. Como alternativa, ele sugeriu que os professores de Matemática (1995, p.103) ensinassem aos alunos a compreender e refletir sobre a formulação do problema antes e durante a dedicação às outras etapas. Para facilitar essa compreensão, Pólya aconselhou a elaboração de questionamentos que subsidiariam o pensamento dos alunos para selecionar elementos úteis para a resolução e conduzir o resolvidor no processo de combinações entre esses elementos e seleção de uma ideia que o levasse à solução. Apresentamos alguns questionamentos gerais sugeridos por Pólya: “Qual a incógnita?”, “Que dados poderão ser necessários?”, “De que forma esses dados podem ser representados matematicamente?”, “Existem condicionantes a serem seguidas?”, “As condicionantes oferecidas ajudam a encontrar a incógnita?”, etc.

Os questionamentos de Pólya estão dirigidos para fatos gerais presentes em textos de problemas. Todo problema de Matemática possui dados e condicionantes que devem ser identificados pelos resolvidores. Particularmente, alguns textos podem requerer reconhecimento da incógnita, variável ou especificidades importantes que devem ser estimuladas pelo professor na forma de questionamentos. No entanto, não são quaisquer questionamentos que beneficiam o pensamento do aluno. Há perguntas que não devem ser formuladas por atuarem negativamente sobre o processo de reconhecimento de elementos textuais, tais como: “O que você entendeu?”, “Como podemos resolver?”, “O que temos aqui?”, etc. Esses questionamentos, além de não beneficiarem a competência na leitura, prejudicam a compreensão por suas amplitudes. Mais ainda, certos comandos

em tarefas dadas por professores aos alunos, como denunciados por Souza (2017) e Souza e Guimarães (2015), não são compreensíveis e devem ser evitados ou explicados sob pena de as respostas serem aleatórias e, portanto, desligadas das verdadeiras intenções do professor.

Pólya defende que o método de questionar do professor poderia revelar a extensão da compreensão pelos alunos e pontos de constrangimentos. Sobretudo, o autor acredita que o método ajude a guiar as mentes de seus alunos para o que realmente seja relevante no texto do problema. Além disso, é uma oportunidade para o professor exibir ao aluno um modelo (a ser inicialmente imitado) sobre como agir para se obter sucesso nessa etapa. Apresentaremos, a seguir, algumas aplicações desse método com estudantes brasileiros de último ano do Ensino Médio ao resolverem problemas do Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM.

A prática da investigação: indivíduos, procedimentos e método

Para o estudo qualitativo, foram escolhidos dois problemas (Figura 1) diferentes extraídos e adaptados do ENEM 2012 e 2010 e aplicados duas vezes (teste 1 e teste 2) em seis turmas do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola pública localizada na região metropolitana do Espírito Santo. Cada turma possuía cerca de 27 alunos, totalizando 160 participantes. Esses alunos estavam cientes do estudo em desenvolvimento e aceitaram participar. Além de seus consentimentos verbais, para o respaldo ético-científico, os responsáveis por esses alunos assinaram termo de consentimento livre e esclarecido informando detalhes sobre a investigação e assegurando sigilo das identidades e uso exclusivo dos resultados para fins científicos. Igualmente, a diretoria da escola permitiu por escrito essa ação de pesquisa acreditando trazer benefícios para a escola, por poder fornecer resultados sobre a realidade de seus alunos. Os testes foram realizados em horário das aulas regulares, cedidas gentilmente pelos professores da escola.

Cada teste consumiu 20 minutos de uma aula de 55. Os últimos 15 minutos foram destinados à discussão dos problemas pela primeira autora com os alunos, a fim de se compreender mais amplamente suas respostas pelo processo de construção.

Figura 1: Problemas aplicados aos alunos do Ensino Médio brasileiro.

Problema 1: O diretor de uma escola convidou os 280 alunos de terceiro ano para uma brincadeira. Suponha que existam 5 objetos e 6 personagens numa casa de 9 cômodos; um dos personagens esconde um dos objetos em um dos cômodos da casa. O objetivo da brincadeira é adivinhar qual objeto foi escondido, por qual personagem e em qual cômodo da casa o objeto foi escondido. Todos os alunos decidiram participar. A cada vez, um aluno é sorteado e dá a sua resposta. As respostas devem ser sempre distintas das anteriores, e um mesmo aluno não pode ser sorteado mais de uma vez. Se a resposta do aluno estiver correta, ele é declarado vencedor e a brincadeira é encerrada. O diretor sabe que algum deles acertará a resposta porque há alunos a mais do que possíveis respostas distintas. Nesse caso, quantos alunos a mais haveria? (Fonte: ENEM 2012)

Problema 2: O Brasil foi escolhido para sediar a Copa do Mundo de Futebol em 2014, e uma das cidades que aconteceram os jogos foi o Rio de Janeiro. O Maracanã, que em tupi-guarani significa “semelhante a um chocalho”, foi um dos estádios onde ocorreram jogos. Criado em 1950, ele tem o formato elíptico medindo 317 metros em seu eixo maior e 279 metros no menor. O campo tem medidas oficiais de 110m x 75m. Qual a área do campo onde ocorreram as partidas? (Fonte: ENEM 2010)

Fonte: Adaptado de ENEM, 2010, 2012 (www.enem.inep.gov.br).

Os dois problemas foram inicialmente oferecidos (teste 1) sem qualquer orientação, exceto de que deveriam resolvê-los individualmente e pelos meios que elegessem. Além disso, os participantes foram solicitados a deixar os registros de seus raciocínios na folha do teste, fazendo uso da linguagem materna, símbolos matemáticos, cálculos ou quaisquer outras formas de expressão que revelassem suas estratégias de resolução.

Após os primeiros 20 minutos, as resoluções em papel do teste 1 foram recolhidas e, em seguida, novamente fornecidos em outra folha, acrescidos de 10 questionamentos que os auxiliariam a resolver o mesmo problema a partir das indicações de Pólya, sendo este, então, o teste 2. A intenção era a de verificar o potencial dos questionamentos para auxílio na resolução dos problemas, no que dizia respeito à compreensão textual, ou seja, aos seus enunciados, comparando-se as respostas dadas nos dois testes.

Mais detalhadamente, no teste 2 foram avaliadas as competências leitoras, em nível qualitativo, por meio de 10 perguntas, que pretendiam levar o resolvidor, gradativamente, a refletir sobre elementos presentes no texto que eram relevantes para organização de conhecimentos necessários para a construção de uma estratégia útil para a resolução. O roteiro de perguntas foi elaborado tal como sugere Pólya (1994, p.14): as primeiras perguntas direcionadas ao foco e ao contexto do problema (sob o ponto de vista da Matemática), por exemplo, “o que se quer saber?”, “o que é dado pelo problema?”, “que condições o problema impõe?” etc. Em seguida, foram formulados questionamentos mais circunscritos ao desenvolvimento do pensamento matemático em cada situação. Segundo Pólya, os questionamentos devem ser iniciados por questões mais gerais e seguir,

gradualmente, para outras mais específicas, até o resolvedor chegar à resposta do problema.

É importante lembrar que os instrumentos aplicados na investigação foram previamente experimentados em um estudo piloto com alunos que não fizeram parte da amostra da pesquisa, mas que tinham a mesma idade e também cursavam o último ano do Ensino Médio em escola pública diversa dos 160 alunos participantes. O resultado desse experimento permitiu realizar ajustes na construção do roteiro de perguntas que viria a compor o instrumento de pesquisa. Inicialmente, o roteiro continha cerca de 19 questionamentos para cada problema. O experimento revelou que alguns eram dispensáveis para o objetivo da investigação, restando apenas 10 como versão final do instrumento para cada problema. Além da testagem do instrumento, o estudo piloto constatou que os dois problemas eleitos não se configuravam como meros exercícios para alunos daquele nível escolar, sendo, então, próprios para os requisitos da investigação.

O Quadro 1 apresenta à esquerda os questionamentos fornecidos aos alunos no teste 2 do problema 1, e no centro e à direita as respostas esperadas pelas pesquisadoras e as intencionalidades desejadas em cada questionamento, respectivamente. A pergunta 1 deve ser formulada logo no início da discussão para que o resolvedor não perca de vista o foco do problema. As perguntas 2 e 3 visam promover a construção do contexto do problema pelo aluno para a futura percepção do que seja um dado. Esse encaminhamento auxilia o aluno a construir uma estrutura cognitiva para o contexto do problema. O questionamento 4 busca realçar os elementos envolvidos para a solução, quais sejam: 5 objetos, 6 personagens e 9 cômodos. Não basta conhecer os elementos, é útil que o aluno perceba a necessidade de que a resposta correta é composta pelo acerto dos 3 elementos juntos e não apenas de um ou dois isoladamente. Esse realce implica em provocar a percepção pelo aluno sobre a ideia de cruzamento das possibilidades de resposta, o que o direciona para a elaboração de uma estratégia, por exemplo, objeto1 + personagem1 + cômodo1, objeto1 + personagem1 + cômodo2, etc.

A pergunta 5 retoma o foco do problema. Visa, igualmente, chamar a atenção do aluno sobre o fato de a resposta alcançada na pergunta anterior ainda não ser a resposta do problema. Muitos alunos interrompem o curso de resolução por terem obtido algum resultado numérico. O questionamento 6 busca levar o aluno à compreensão sobre a quantidade máxima de possibilidades diferentes, ou seja, não se pode admitir alternativas

iguais, o que impactaria na resposta correta. O questionamento 7 visa manter a atenção do aluno sobre os aspectos explícitos no texto. A pergunta 8 estimula a criação de uma estratégia de contagem: (O1,P1,C1 - Objeto1, Personagem1, Cômodo1; O1,P1,C2; ...; O2,P1,C1; O2,P2,C1; ... O5,P6,C9). É possível que o aluno tente enumerar todas as possíveis combinações, o que não está errado, pois o uso do princípio da contagem pode favorecer uma organização cognitiva importante. Apesar da necessidade de levá-lo à percepção de uma regularidade e generalidade matemática, a intenção dos questionamentos neste trabalho era a de levá-lo a compreender o problema para solucioná-lo. Por isso, não foi elaborada qualquer pergunta que estimulasse a diversidade de estratégias. A pergunta 9 resgata uma informação dada no início da leitura e que, agora, integrará a resposta. Leva o sujeito a comparar esse dado numérico com o dado encontrado na pergunta anterior, o que ajuda a construir o raciocínio para encontrar a resposta. Finalmente, o questionamento 10 objetiva chamar a atenção do aluno sobre a diferença entre a quantidade de alunos e a quantidade de respostas possíveis, que é a solução do problema.

Quadro 1: Questionamentos, respostas esperadas e objetivos - problema 1.

Questionamentos	Respostas esperadas	Objetivo do questionamento
1 O que o problema propõe conhecer?	Quantos alunos há além da quantidade de respostas diferentes.	Estar consciente do que se quer responder.
2 O que o diretor propôs aos alunos?	Uma brincadeira	Conhecer o contexto do problema.
3 Qual brincadeira foi proposta pelo diretor?	Os alunos devem descobrir qual objeto foi escondido, em qual lugar e por quem.	Conhecer o contexto do problema.
4 Qual o objetivo da brincadeira?	Descobrir qual objeto foi escondido, em qual lugar e por quem.	Conhecer detalhes do contexto que poderão ou não ser dados do problema.
5 De novo, o que o problema quer saber?	Quantos alunos há além da quantidade de respostas diferentes.	Relembrar o foco do problema.
6 Um aluno pode repetir a resposta dada por outro aluno que já tenha respondido?	Não.	Compreender a quantidade máxima de respostas diferentes, ou seja, descartar a possibilidade de respostas iguais, o que impactaria na resposta correta.
7 Em que parte do texto você se baseou para essa resposta?	Nas linhas 6 e 7: “As respostas devem ser sempre distintas das	Visa manter a atenção do aluno sobre os aspectos explícitos no texto.

	anteriores, e um mesmo aluno não pode ser sorteado mais de uma vez.”	
8	Quantas respostas distintas são possíveis?	5 x 6 x 9 = 270 possibilidades.
9	Quantos alunos participaram da brincadeira?	280 alunos.
10	Quantos alunos há a mais sobre a quantidade máxima de possibilidades de respostas distintas?	280 alunos - 270 possibilidades de resposta = 10 alunos a menos.
		Provocar a criação de uma estratégia de contagem: O1,P1,C1; O1,P1,C2; ...; O2,P1,C1; O2,P2,C1; ... O5,P6,C9, por exemplo.
		Resgatar uma informação dada no início da leitura e que, agora, integrará a resposta.
		Diferenciar a quantidade de alunos e a quantidade de respostas possíveis, que é a solução do problema.

Fonte: Acervo das autoras.

Seguindo a mesma organização, o Quadro 2 apresenta os questionamentos fornecidos aos alunos no teste 2 do problema 2, além das respostas esperadas pelas pesquisadoras e as intencionalidades, da esquerda para a direita. As perguntas 1, 6 e 9 visam manter o aluno atento ao foco do problema em diferentes alturas do raciocínio. A pergunta 2 estimula a percepção de dados numéricos, enquanto a pergunta 3 busca um refinamento do que foi respondido na pergunta 2. Os questionamentos 4 e 8 buscam verificar se o sujeito tem conhecimentos matemáticos anteriores (formas geométricas) ou se ele consegue resgatar da memória a imagem mental que tem do estádio do Maracanã (conhecimento do mundo) e associá-la ao que diz o texto, na pergunta 4. O questionamento 5 busca levar o aluno a perceber a existência de informações que não serão necessárias para se chegar ao objetivo do problema, portanto, não serão selecionadas no processo de resolução. A pergunta 7 visa direcionar o aluno para diferentes formatos geométricos envolvidos no problema e que somente um será relevante. Finalmente, a pergunta 10 tenta levar o aluno a reunir toda a discussão e responder à pergunta do problema.

Quadro 2: Questionamentos, respostas esperadas e objetivos – problema 2.

Questionamentos	Respostas esperadas	Objetivo do questionamento
1 O que o problema propõe conhecer?	Qual a área do campo de futebol.	Estar consciente do que se quer responder.
2 Que dados foram fornecidos pelo problema?	Medidas do eixo maior e menor: 317 metros por 279 metros e medidas oficiais do campo: 110m x 75m.	Destacar os dados numéricos do problema.

3	Quais desses dados serão usados na resolução?	As medidas oficiais do campo.	Estar atento às informações que serão relevantes para a solução do problema.
4	Desenhe o que você imagina ser um formato elíptico.		Expor o conhecimento matemático (formas geométricas) e/ou resgatar da memória a imagem mental do estádio do Maracanã (conhecimento de mundo).
5	Será preciso calcular a área da elipse?	Não.	Discernir sobre o que é relevante e o que não é no texto do problema.
6	Qual o objetivo do problema?	A área do campo de futebol.	Manter o foco do problema em mente.
7	O formato de um campo de futebol se assemelha a qual figura geométrica conhecida?	A de um retângulo.	Destacar a diferença do formato do campo de futebol e o formato do estádio.
8	Como encontramos a área de um retângulo?	Base x altura.	Resgatar conhecimentos matemáticos passados que auxiliarão a resolver o problema.
9	De novo, o que o problema quer saber?	A área do campo.	Manter o foco do problema em mente.
10	Qual a área do campo de futebol do Maracanã?	$110 \times 75 = 8.250\text{m}^2$.	Resolver o problema com os dados que tem em mente.

Fonte: Acervo das autoras.

Resultados e discussão

Antes da apresentação dos resultados, convém esclarecer que os questionamentos oferecidos aos alunos nos testes poderiam ter sido outros, mas que, igualmente, alcançassem os mesmos objetivos. Outra consideração que deve ser levada em conta é que, alguns questionamentos, apesar de não estimularem explicitamente alguma compreensão, é possível que ela tenha ocorrido pelas relações mentais que as pessoas naturalmente realizam. Por exemplo, não foi perguntado aos alunos quantos objetos, personagens e cômodos o problema 1 informou, mas a resposta à pergunta 3 poderá levá-lo a essas informações sem que ela seja formalmente expressa. Esses pormenores foram observados quando do estudo piloto. Mesmo assim, se essa ou outra compreensão não ocorreu pelas vias indiretas de algum questionamento, o professor deve ser sensível a isso e formulá-la em tempo de corrigir o raciocínio em elaboração pelo aluno. Queremos dizer que os questionamentos não se configuram como algo engessado e imutável, ao contrário,

devem contar com a sensibilidade e percepção do professor diante da situação concreta. O que não pode ocorrer é a formulação de questionamentos amplos do tipo “o que você entendeu?”, pois, além de não contribuírem para os estímulos mentais, bloqueiam o pensamento por não saberem o que exatamente se deve responder.

Os questionamentos sugeridos por George Pólya parecem apresentar algum potencial para os fins educacionais que perseguimos – desenvolvimento de competência leitora em problemas verbais de Matemática – justificados pelo confronto dos resultados dos dois testes que passaremos a descrever, inicialmente do teste 1 (sem quaisquer intervenções do pesquisador), seguida pelo teste 2 (com aplicação dos questionamentos para a compreensão dos problemas de Matemática).

As respostas dadas aos problemas no teste 1 revelaram uso de estratégias matemáticas diferentes para resolvê-los. No problema 1 do teste 1, particularmente, apenas três (!) dos 160 alunos, obtiveram a solução correta. Os equívocos mais comuns, nesse caso, giraram em torno dos dois ambientes descritos no texto do problema: uma escola, onde ocorria a brincadeira com uma quantidade desconhecida de participantes (alunos) e uma casa (ambiente fictício para os integrantes do primeiro ambiente), na qual, seis personagens interagem, escondendo objetos nos seus cômodos. O resolvidor deveria calcular as possibilidades envolvendo elementos do segundo ambiente e comparar esse resultado com a quantidade de alunos do primeiro ambiente. Uma leitura desatenta poderia gerar confusão entre elementos dos dois ambientes. Dos 160 participantes, oito misturaram os dois contextos e relacionaram elementos do primeiro ambiente com elementos do segundo e vice-versa. A Figura 2 ilustra um desses casos, cujo participante, ao efetuar uma operação de divisão equivocada – quantidade de alunos no primeiro ambiente pelo de objetos e cômodos do segundo ambiente –, levanta a hipótese de pouca compreensão do texto.

Figura 2: Resolução de um dos 160 alunos no teste 1 (destaque em vermelho das autoras).

The image shows a student's handwritten work on a math problem. The text is as follows:

alunos = 280
objetos = 5
personagens = 6
cômodos = 9
objetos = ?
qual personagens =

280 / 5 = 56 p/cada obj e cômodo 5

280 / 9 = 31 alunos ficaram em cada cômodo da casa

5 + 6 = 11

On the right side, there is a vertical calculation:
280 / 5 = 56
280 / 9 = 31,1

A red circle is drawn around the division $280 / 5 = 56$.

Fonte: Acervo das autoras.

Outros alunos apresentaram resolução incompleta do problema 1. Parte do processo de resolução exigia a quantidade de possibilidades distintas envolvendo os três fatores: cada um dos seis personagens do primeiro ambiente esconderia um, entre os cinco objetos citados em um dos nove cômodos da casa. Pelo princípio multiplicativo, teríamos 270 possibilidades. Concluímos que apenas a primeira parte do problema foi contemplada – que pede a quantidade de possibilidades. Exemplo disso é a resolução mostrada na Figura 3. Muitos participantes realizaram a multiplicação ($6 \times 5 \times 9 = 270$), e concluíram, equivocadamente, ser essa a solução do problema, o que poderia ter sido verificado com nova leitura do texto, recomendado na etapa de *looking back* de Pólya, que requer revisita às etapas anteriores da resolução, em especial à de compreensão.

Figura 3: Resolução de um dos 160 alunos no teste 1 do problema 1 (destaque em vermelho das autoras).

The image shows a student's handwritten work. On the left, there are five stick figures. In the center, a multiplication is written:
$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 5 \\ \hline 45 \\ \times 6 \\ \hline 270 \end{array}$$
 The result '270' is circled in red. To the right of the multiplication, there are three vertical rectangles representing rooms.

Fonte: Acervo das autoras.

No problema 2, para o cálculo da área eram necessárias apenas as medidas 110m x 75m. Contudo, há no texto informações irrelevantes para a solução, que, inadvertidamente, em muitos casos, foram envolvidas nos cálculos, como outras informações numéricas e dados sobre o formato geométrico do estádio do Maracanã. Essas informações pareceram desviar o resolvidor do seu foco. Nem todas as informações do problema seriam um dado, ou seja, contribuiriam para a solução, e isso deveria ser identificado no estágio da leitura, quando o participante discerniria as medidas do estádio das medidas do campo, como mostra a solução dada na Figura 4.

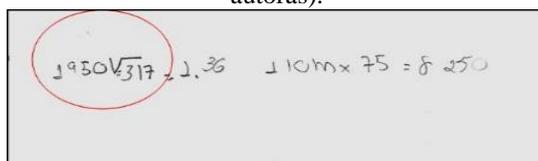
Figura 4: Resolução de um dos 160 alunos no teste 1 do problema 2.

The image shows a student's handwritten work. At the top, there are two numbers: 317 and 219, with arrows pointing to them and the text '317 no eixo maior' and '219 no eixo menor'. Below them is a multiplication:
$$\begin{array}{r} 317 \\ \times 219 \\ \hline 2893 \\ 2219 \\ 334 \\ \hline 69423 \end{array}$$
 Below the multiplication, there is a line and the text '69.423 no área total'. At the bottom, there is a handwritten note: 'Para encontrar a resposta eu multipliquei o eixo maior com o eixo menor'.

Fonte: Acervo das autoras.

Para além do resultado da Figura 4, outros participantes consideraram o ano de construção do estádio (1950) e a medida de seu eixo maior para sua solução (Figura 5). Embora essas informações estejam presentes no texto, elas não participam de forma alguma do processo de resolução. O participante parece ter percebido esse fato a tempo, pois abandona esse raciocínio, e passa à multiplicação com o que realmente fossem dados para a resolução (base e altura), chegando, assim, à resposta para o problema.

Figura 5: Resolução do problema 2 no teste 1 por um dos 160 alunos (destaque em vermelho das autoras).



The image shows a student's handwritten work on a piece of paper. The work consists of the equation $1950\sqrt{3}/2 \cdot 1.36 = 101m \times 75 = 8250$. The first part of the equation, $1950\sqrt{3}/2 \cdot 1.36$, is circled in red. The rest of the equation is written in black ink.

Fonte: Acervo das autoras.

No teste 2, os participantes, dessa vez, contaram com o auxílio de um roteiro de questionamentos que os auxiliaria a compreender aspectos relevantes dos textos dos problemas, configurando-se, assim, como enunciados. Os resultados revelaram, de maneira geral, desenvolvimento de estratégias diferentes em busca da solução, provavelmente influenciados pelas compreensões provocadas pelos questionamentos, por ter sido esse o diferencial entre os testes.

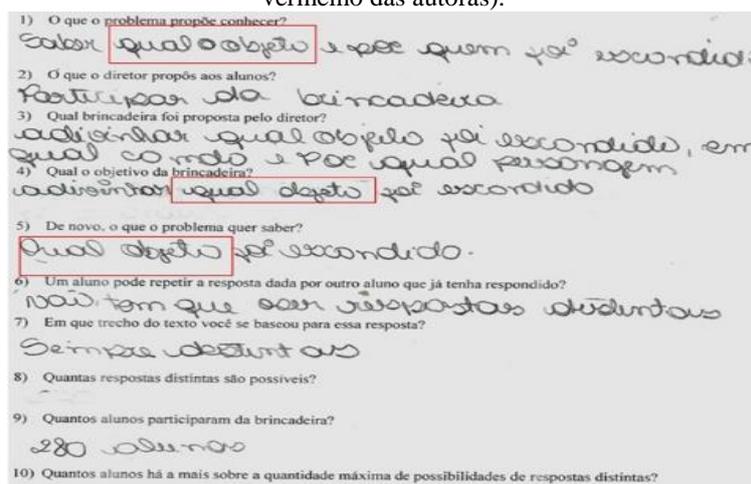
Iniciemos a discussão dos resultados pelo problema 1 do teste 2. Dos 69 alunos que chegaram à solução correta no teste 1, quase todos conseguiram responder o roteiro de perguntas. Os poucos que não conseguiram, deixaram incompletas uma ou duas perguntas apenas, mas responderam, corretamente, as perguntas finais que pediam a solução do problema, o que demonstra ter havido conexões mentais eficientes, apesar de não terem sido escritas. Esse fato leva a crer que o caminho mental de alguns alunos foi encurtado, não necessitando de todo o roteiro para a resolução.

Ainda analisando o problema 1 no teste 2, dos 74 participantes que não alcançaram a resposta correta com o auxílio do roteiro de questionamentos, 46 compreenderam o texto do problema e sugeriram uma estratégia de solução, levando-nos a crer que os obstáculos não se concentraram na etapa de compreensão, mas nas seguintes (planejamento e execução). Esse fato, conduz a indícios da potencialidade dos questionamentos para a verificação de uma leitura competente em problemas verbais de Matemática.

Os últimos 17 participantes, deixaram o problema 1 do teste 1 em branco. Destes, 10 chegaram à solução no teste 2, confirmando a hipótese dos benefícios dos questionamentos. Os outros 7, apesar de não terem solucionado o problema, responderam a maior parte das perguntas corretamente. Nesse caso, o roteiro pode ter provocado alguma motivação para reflexões sobre o texto, o que não deixa de ser positivo.

Além desses resultados, o teste 2 proporcionou esclarecimentos sobre aspectos observados no teste 1, confirmando nossas conjecturas iniciais ao serem confrontados. A Figura 6 mostra a confusão do participante entre o primeiro e o segundo ambientes citados no problema 1. O texto do problema pediu a quantidade de alunos a mais em relação às possibilidades de respostas e não o objeto e por quem o havia escondido, revelado nas respostas 1, 4 e 5 do aluno.

Figura 6: Respostas de um aluno para os questionamentos sobre o problema 1 no teste 2 (destaques em vermelho das autoras).



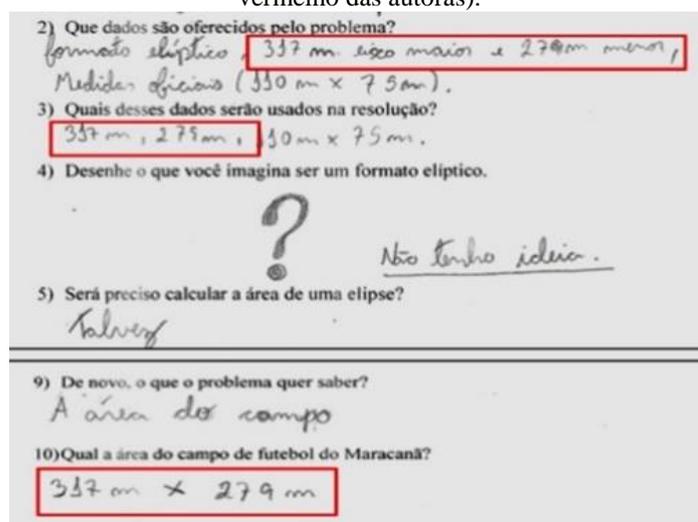
Fonte: Acervo das autoras.

As respostas dadas aos questionamentos sobre o problema 2 confirmaram que o excesso de informações pode ter ocasionado equívocos e que o aluno não soube decidir sobre o que, de fato, era relevante. A informação sobre o formato geométrico (formato elíptico), por exemplo, parece ter chamado mais atenção dos alunos do que as medidas de base e altura do campo (Figura 8 – resposta 2). Outra informação, igualmente desnecessária nesse texto, era a das medidas do eixo maior e menor do estádio. Vários participantes imaginaram que esse seria um dado para a resolução ao responderem o roteiro de perguntas (Figura 7 – respostas 3 e 10).

Em suma, as análises dos dois testes, isoladamente e pelo seu confronto, revelam influências da competência leitora sobre o desempenho na resolução de problemas

verbais. A deficiência no reconhecimento do que é um dado do problema e do que se pede para respondê-lo são indícios de embaraços para a construção do pensamento a partir de um conjunto de informações. Muitos alunos demonstraram baixo discernimento sobre o que seria importante para os fins do problema.

Figura 7: Respostas de um aluno para os questionamentos sobre o problema 2 no teste 2 (destaques em vermelho das autoras).



Fonte: Acervo das autoras.

Além disso, a pesquisa revelou que os questionamentos se mostraram potenciais para a orientação do pensamento convergente para a solução dos problemas, ao confrontarmos os resultados dos dois testes em cada participante. Os questionamentos parecem ter estimulado operações cognitivas que auxiliaram para a estruturação de uma linha de conduta que resultasse na solução dos problemas.

O que ficou do estudo, suas limitações e o que ainda pode ser feito

A investigação que deu origem a esse artigo objetivou conhecer algumas influências da competência leitora sobre o desempenho de alunos do Ensino Médio ao resolverem problemas verbais de Matemática. Além disso, as autoras buscaram verificar a potencialidade de questionamentos para a orientação do pensamento matemático de estudantes ao resolverem problemas verbais de Matemática.

Desde já, afirmamos que os questionamentos indicados por Pólya atenderam aos objetivos de estímulo à compreensão em leitura pelos participantes. A recuperação do pensamento formulado pelos autores dos problemas nem sempre foi efetuado convenientemente pelos alunos, pelo resultado no teste 1. O método de questionar, por

sua vez, foi capaz de promover compreensões ainda carentes de estímulos para o desenvolvimento de competência leitora (teste 2), que pode/deve ser promovida por um professor de Matemática, e não somente por professores de Língua Portuguesa.

O confronto da solução dos mesmos problemas, pelos mesmos alunos, com e sem o auxílio do método, mostrou algum favorecimento para a competência leitora com uso dos questionamentos, levando a crer no potencial de ensino dessa via para a formação de resolvedores de problemas verbais de Matemática, no que diz respeito à etapa de compreensão do texto, ou seja, na apreensão do enunciado.

Para além dos resultados e diante do que revelou a investigação, é natural crer ser possível que o uso frequente dos questionamentos pelos professores possa levar os alunos a um automatismo benéfico que eleve suas competências leitoras. Os questionamentos poderão se configurar como prática incorporada aos alunos, formulados agora por eles mesmos, mediante estímulos insistentes e bem planejados. A competência leitora em tarefas verbais matemáticas contribui para a organização do raciocínio subjacente quando da resolução, sobretudo para resolvedores de problemas inexperientes, aumentando, assim, as chances de sucesso como ficou demonstrado no estudo. A introdução dos questionamentos, como prática docente, pode criar o hábito de que os próprios alunos gerenciem seus conhecimentos e habilidades e, no futuro, em situações similares, resgatem, de sua memória, o que for necessário perante um problema a ser resolvido.

O método convida o resolvidor a investir mais do seu tempo no processo de conhecer a situação apresentada no problema, compreender o que é pedido e resgatar conhecimentos que carrega. Induz o resolvidor a desenvolver o hábito de pensar de forma estruturada e organizada. Exige a reunião das habilidades que possui para aplicá-las na busca pela solução.

Pelo lado do investigador e/ou do professor, o método ajuda a entender o processo de decisão do resolvidor. Auxilia, também, a perceber as razões da opção por caminhos inadequados de resolução, podendo mapear a construção dos significados produzidos pelos alunos, o que influenciaria diretamente o planejamento de suas aulas.

É fato que a amostra de pesquisa, apesar de significativa (160 participantes), não responde pela comunidade de alunos brasileiros por ter sido desenvolvida em uma única escola do contexto metropolitano do Espírito Santo. No entanto, apesar de ter se configurado com um caso, a investigação fez conhecer algumas possíveis razões para o

insucesso de alunos com a resolução de problemas verbais reclamado por investigadores da Educação Matemática, a exemplo dos que citamos anteriormente. Indicamos, portanto, que esse estudo dê vazão a outro mais amplo que inclua alunos de meios rurais e urbanos, de todos os Estados brasileiros, estudantes de diferentes turnos e modalidades educacionais.

Agradecimentos

Agradecemos à Secretaria de Educação da Prefeitura da Serra – ES pelo apoio financeiro dado à primeira autora para desenvolvimento da pesquisa científica que em parte aqui se apresenta.

Referências bibliográficas

- BAKHTIN, M. M. *Estética da criação verbal*. 6. ed. São Paulo: WMF Martins Fontes, 2011.
- CAGLIARI, L. C. *Alfabetização e linguística*. 7. ed. São Paulo: Scipione, 1994.
- KRUTETSKII, V. A. *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. Chicago: The University of Chicago Press, 1976.
- LOCKHARD, P. *A mathematician's lament: how school cheats us out of our most fascinating and imaginative art form*. New York: Bellevue Literary Press, 2009.
- PERRENOUD, P. et. al. *As competências para ensinar no século XXI: a formação dos professores e o desafio da avaliação*. Porto Alegre: Artmed, 2002.
- POLYA, G. *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. Disponível em: <http://www.mat.ufmg.br/~michel/inicmat2010/livros/polya.pdf>. Acesso em 23 jun 2013.
- POLYA, G. *Mathematical discovery: on understanding, learning, and teaching problem solving*. New York: John Wiley & Sons, 1962.
- POWELL, A. B. e BAIRRAL, M. A. *A escrita e o pensamento matemático: interações e potencialidades*. Campinas, São Paulo: Papirus, 2006.
- POWELL, A. B. e YOKOYAMA, L. A. *Proposição de problemas colaborativos online: um estudo preliminar*. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/277823799>. Acesso em 20 out 2018.
- SCHOENFELD, A. H. *Mathematical problem solving*. New York, NY: Academic Press, 1985.
- SCHOENFELD, A. H. Pólya, problem solving and education. *Mathematics Magazine*, 60(5), 283-291, 1987.
- SILVER, E. A. e CAI, J. Assessing students' mathematical problem posing. *Teaching Children Mathematics*, v. 12, n. 3, p. 129-135, 2005.

SOUZA, M. A. V. F. de. Impactos da gestão de aulas baseadas em problemas verbais de Matemática sobre a aprendizagem. *Educar em Revista*, n. 64, p. 231-246, 2017.

SOUZA, M. A. V. F. de e GUIMARÃES, H. M. A formulação de problemas verbais de Matemática: porquê e como. *Quadrante*, v. XXIV, n.2, p.135-162, 2015.

SOUZA, M. A. V. F. de e SOUZA, S. F. de. Enunciados verbais de problemas de matemática e representações mentais: uma discussão. *Revista Educação & Linguagem*, v.19, n.1, 2016.